

# ביה"ס הגבוה ע"ש שנקר

## משוואות דיפרנציאליות – בוחן אמצע קיץ 2024

משך הבחינה : שעה אחת בלבד. ללא חומר עזר פרט למחשבון אישי ודף נוסחאות שהוכן על ידך. יש לענות על 2 מתוך 3 השאלות הבאות. תילקחנה בחשבון השתיים הטובות יותר. **בְּהַצְלָחָה.**

### 1. חשיבה דיפרנציאלית – חוק הקירור של ניוטון

לפי חוק הקירור של ניוטון הקצב שבו עצם מתקרר יחסי להפרש בין טמפרטורת העצם  $T(t)$  לטמפרטורת הסביבה. קח את טמפרטורת הסביבה על 20 מעלות צלזיוס. הנח כי מקדם היחס שווה למינוס 1. טמפרטורת הגוף ברגע ההתחלה היא 100 מעלות צלזיוס.

א. עליך לרשום את המשוואה הדיפרנציאלית המתארת את החוק (10 נקו').

ב. עליך לפתור את המשוואה הדיפרנציאלית הנ"ל (20 נקו').

ג. עליך לצייר את גרף הפתרון. מהו הגבול  $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t)$  ? (20 נקו').

א)

$$\frac{dT}{dt} = -(T(t) - 20) \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{T(t) - 20} = -dt \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{T(t) - 20} + dt = 0$$

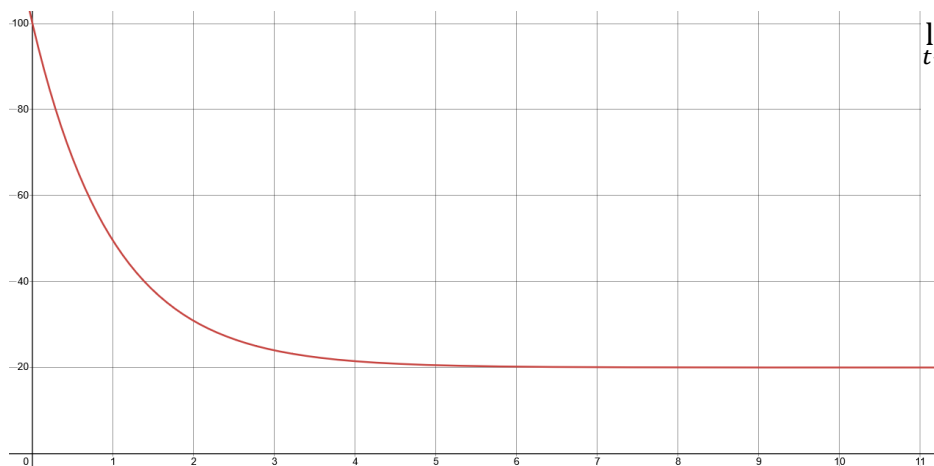
ב)

$$\int \frac{dT}{T(t) - 20} + \int dt = C \quad \Rightarrow \quad \ln(T(t) - 20) + t = C \quad \Rightarrow \quad \ln(T(t) - 20) = C - t$$

$$T(t) - 20 = e^{C-t} \quad \Rightarrow \quad T(t) = Ce^{-t} + 20 \quad T(0) = 100 = C + 20 \quad \Rightarrow \quad C = 80^\circ$$

$$T(t) = 80e^{-t} + 20$$

ג)



$$\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = 20^\circ$$

הטמפרטורה של העצם פוחתת בהדרגה ושואפת להשתוות לטמפרטורת החדר  $20^\circ$