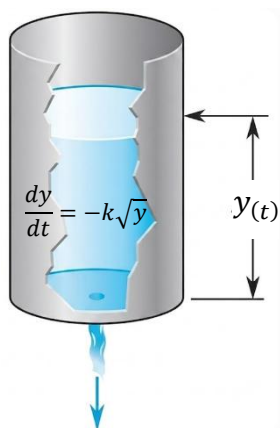


2. חשיבה דיפרנציאלית ומש' דיפ' ניתנת להפרדה (40 נק')

מרוקנים מיכל גלילי אנכי על ידי פתיחת ברז הנמצא בתחתית המיכל. המים יברחו מהר כאשר המיכל מלא אך יאטו עם ירידת גובה המים. מסתבר כי קצב ירידת גובה המים y , יחסי לשורש של גובה המים. סמן את מקדם היחס על ידי k . מקדם היחס תלוי בקבוע הגרביטציה, הצורה הגיאומטרית של חור הניקוז, הנוזל שבתוך המיכל והיחס שבין שטח החתך של החור לשטח החתך של המיכל. הזמן t , נמדד בדקות. הנח כי $k=1/10$. תוך כמה זמן יתרוקן המיכל אם עומקם ההתחלתי 9 רגל? הסבר כל שלב.

פתרון - גובה המים פוחת ולכן קצב השינוי שלו שלילי:



$$\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y} \Rightarrow \frac{dy}{\sqrt{y}} = -k dt \Rightarrow 2 \int \frac{dy}{2\sqrt{y}} = -k \int dt + C$$

$$2\sqrt{y} = -kt + C \Rightarrow y(t) = \frac{(kt - C)^2}{4}$$

$$y(0) = \frac{C^2}{4} \Rightarrow C = 2\sqrt{y_0} \quad y(t) = \frac{(kt - 2\sqrt{y_0})^2}{4}$$

$$k = 0.1, \quad y_0 = 9 \text{ feet} \Rightarrow y(t) = \frac{(0.1t - 6)^2}{4} \Rightarrow y(t) = \frac{(t - 60)^2}{400}$$

we look for the time when $y(t) = 0$

$$0 = \frac{(t - 60)^2}{400} \Rightarrow t = 60 \text{ min}$$