

3. עליך לפתור את המשוואה הדיפרנציאלית הבאה: $xy' + y = xy^2 \ln x$ כאשר $y(1) = 2$. 50 נק'. 3

$$y' + \frac{1}{x}y = y^2 \ln x$$

$y' + p(x)y = y^n Q(x)$ (אם $n=0$ או $n=1$ אז נקראים משוואות ליניאריות)
 פתרון: $y^{1-n} = \left[C + (1-n) \int Q(x) e^{\int (1-n)p(x) dx} dx \right] e^{-\int (1-n)p(x) dx}$ (אם $n \neq 1$)

$$n = 2 \Rightarrow 1 - n = -1, \quad P_{(x)} = \frac{1}{x}, \quad Q_{(x)} = \ln x$$

$$y^{-1} = \left[C - \int \ln x e^{-\int \frac{1}{x} dx} dx \right] e^{\int \frac{1}{x} dx}$$

$$y^{-1} = \left[C - \int \ln x e^{-\ln x} dx \right] e^{\ln x}$$

$$y^{-1} = \left[C - \int \ln x \cdot x^{-1} dx \right] x$$

$$y^{-1} = \left[C - \int \frac{\ln x}{x} dx \right] x$$

$$y^{-1} = \left[C - \frac{\ln^2 x}{2} \right] x$$

$$y = \frac{1}{x \left(C - \frac{\ln^2 x}{2} \right)} \quad y_{(1)} = 2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{C} \Rightarrow C = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{x \frac{1 - \ln^2 x}{2}} \Rightarrow y_{(x)} = \frac{2}{x(1 - \ln^2 x)}$$