

4. זיהוי תבנית המשוואה ושימוש בנוסחת הפתרון

בהמשך נציב  $y$  במקום  $t$  כדי לא להתבלבל

עליך לפתור את המשוואה הדיפי הבאה:  $\frac{dx}{dt} = \frac{t^2 + 3x^2}{2tx}$  35 נק'.  $\frac{dx}{dt} = \frac{t^2 + 3x^2}{2tx}$

$$2txdx = (t^2 + 3x^2)dt \Rightarrow 2txdx - (t^2 + 3x^2)dt = 0 \Rightarrow 2yxdx - (y^2 + 3x^2)dy = 0$$

$$P(x,y)dx - Q(x,y)dy = 0$$

$$P(tx, ty) = t^n P(x, y)$$

גם צריך להאזין אם  $P$  ו- $Q$  הולאזלו מילתה מילתה.

$$F(z) = \frac{P(1,z)}{Q(1,z)}, \quad z = y/x$$

$$\int \frac{dz}{F(z) - z} = \ln xc$$

$$2xydx - (3x^2 + y^2)dy = 0$$

$$\begin{cases} P_{(x,y)} = 2xy \rightarrow P_{(tx,ty)} = 2t^2xy \\ Q_{(x,y)} = 3x^2 + y^2 \rightarrow Q_{(tx,ty)} = 3t^2x^2 + t^2y^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_{(tx,ty)} = t^2(2xy) = t^2P_{(x,y)} \\ Q_{(tx,ty)} = t^2(3x^2 + y^2) = t^2Q_{(x,y)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{(1,z)} = 2z \\ Q_{(1,z)} = 3 + z^2 \end{cases} \Rightarrow F_{(z)} = \frac{P_{(1,z)}}{Q_{(1,z)}} = \frac{2z}{z^2 + 3} \Rightarrow F_{(z)} - z = -\frac{z^3 + z}{z^2 + 3}$$

$$-\int \frac{z^2 + 3}{z^3 + z} dz = \ln xc$$

$$\frac{z^2 + 3}{z(z^2 + 1)} = \frac{A}{z} + \frac{Bz + D}{z^2 + 1} = \frac{(A + B)z^2 + Dz + A}{z(z^2 + 1)} \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ A + B = 1 \\ D = 0 \end{cases} \Rightarrow B = -2$$

$$\frac{z^2 + 3}{z(z^2 + 1)} = \frac{3}{z} - \frac{2z}{z^2 + 1}$$

$$-\int \left( \frac{3}{z} - \frac{2z}{z^2 + 1} \right) dz = -[3 \ln z - \ln(z^2 + 1)] = \ln \frac{z^2 + 1}{z^3}$$

$$\ln \frac{z^2 + 1}{z^3} = \ln xc \Rightarrow \frac{z^2 + 1}{z^3} = xc \Rightarrow z^2 + 1 = z^3 xc \Rightarrow$$

$$\frac{y^2}{x^2} + 1 = \frac{y^3}{x^3} xc \Rightarrow x^2 + y^2 = y^3 c \Rightarrow x^2 + t^2 = ct^3$$