

השינוי בכמות הכסף S , כתלות בזמן t , יחסי לכמות הכסף. מקדם היחס הוא r (הריבית).

א. עליך לרשום את המשוואה הדיפרנציאלית המתאימה לתיאור. 10 נק'. מהו פתרון? ניתן לקחת מדף הנוסחאות.

ב. מה המשמעות של $r=0$? (מעשית ומתמטית). 5 נק'.

ג. עליך להוכיח את כלל האצבע הבא: כדי להעריך את מספר השנים הדרוש לסכום כסף מסוים להכפיל את עצמו, יש לחלק את המספר 70 בריבית המחושבת באחוזים או לחילופין, אם נחלק את המספר 70 בזמן, שבו נרצה להכפיל את כספינו, אז נודקק לריבית המתקבלת. 20 נק'.

א)

$$\frac{ds}{dt} = r \cdot S_{(t)} \quad \Rightarrow \quad \frac{ds}{S_{(t)}} = r dt \quad \Rightarrow \quad \frac{ds}{S_{(t)}} - r dt = 0$$

$$\int \frac{ds}{S_{(t)}} - r \int dt = C \quad \Rightarrow \quad \ln S_{(t)} - rt = C \quad \Rightarrow \quad \ln S_{(t)} = rt + C \quad \Rightarrow$$

$$S_{(t)} = e^{rt+C} \quad \Rightarrow \quad S_{(t)} = C e^{rt}$$

ב)

$r = 0 \Rightarrow S_{(t)} = C$ implies that the amount of money doesn't change with time since no interest is applied.

ג)

$$S_{(t)} = C e^{rt} \quad \Rightarrow \quad 2C = C e^{rt} \quad \Rightarrow \quad 2 = e^{rt} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln 2 = \ln e^{rt} \quad \Rightarrow \quad \ln 2 = rt \quad \Rightarrow \quad t_{double} = \frac{\ln 2}{r} \approx \frac{0.7}{r} = \frac{70\%}{r}$$