

(8) דוגמה 234-ה

התאם את המידע הבא: 100 mg של איזוטופ 234-ה יורד ל-82.04 mg אחרי 7 ימים.
 מצא את המעריך λ של האיזוטופ 234-ה.
 מצא את הזמן t שבו יורד האיזוטופ ל-50% מהמסה המקורית.
 (הנחה: האיזוטופ 234-ה הוא איזוטופ רדיואקטיבי.)

$Q(t)$ is the weight of the isotope in mg at time t , λ is the rate of decay in mg/day

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda Q \Rightarrow \frac{dQ}{Q} = -\lambda dt \Rightarrow \frac{dQ}{Q} + \lambda dt = 0$$

$$\int \frac{dQ}{Q} + \lambda \int dt = C \Rightarrow \ln Q + \lambda t = C \Rightarrow \ln Q = C - \lambda t \Rightarrow$$

$$Q = e^{C-\lambda t} \Rightarrow Q(t) = Ce^{-\lambda t} , \quad Q(0) = C = Q_0$$

$$Q(t) = Q_0 e^{-\lambda t}$$

$$Q_0 = 100mg , \quad Q(7) = 82.04mg \Rightarrow 82.04 = 100e^{-7\lambda} \Rightarrow 0.8204 = e^{-7\lambda}$$

$$\Rightarrow \ln 0.8204 = -7\lambda \Rightarrow \lambda = 0.02828$$

$$Q(t) = 100e^{-0.02828t}$$

פיתוח נוסחה לחישוב זמן מחצית החיים, הזמן הדרוש לאיזוטופ כלשהו לאבד מחצית ממשקלו:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln 1/2 = -\lambda t \Rightarrow t = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{\lambda} \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$t = \frac{\ln 2}{0.02828} = 24.5 \text{ days}$$