

$$2y'' - 4y' - 6y = 3e^{2x} \quad (4)$$

מטלה ז' של סדר II:

הפתרון הכללי של משוואה סדר II הוא השכיח של עקומה הריבועית.

$$y'' + ay' + by = Q(x)$$

$$\lambda^2 + a\lambda + b = 0$$

משוואה ז' של סדר II עם מקדמים קבועים:

דיקוק המשוואה הריבועית:
 λ_1, λ_2 נקרא

1. במקרה המשוואה הריבועית:

מקרה א' $\lambda_1 \neq \lambda_2$: $y_h = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$

מקרה ב' $\lambda_1 = \lambda_2$: $y_h = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 x e^{\lambda_1 x}$

מקרה ג' $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$: $y_h = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

$$2y'' - 4y' - 6y = 3e^{2x} \Rightarrow y'' - 2y' - 3y = 1.5e^{2x}$$

המשוואה האופיינית:

$$\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0 \Rightarrow (\lambda - 3)(\lambda + 1) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 3, \lambda_2 = -1$$

$$\lambda_1 \neq \lambda_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x} \Rightarrow y_h = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x}$$

2. המקרה של פונקציה מסוג $e^{\alpha x}$:

$(\alpha \neq \lambda_1, \lambda_2) y_p = a e^{\alpha x}$: $Q(x) = e^{\alpha x}$ נקרא

$$Q(x) = 1.5e^{2x} \rightarrow \alpha = 2 \Rightarrow \alpha \neq \lambda_1, \lambda_2 \Rightarrow y_p = a e^{2x}$$

כדי למצוא את המקדמים של y_p נציב את y_p במשוואה המקורית ונשווה מקדמים. (הוא הריבועי) אף על פי שהמשוואה היא מסדר II.

$$y_p = a e^{2x} \Rightarrow y_p' = 2a e^{2x} \Rightarrow y_p'' = 4a e^{2x}$$

$$2y_p'' - 4y_p' - 6y_p = 3e^{2x} \Rightarrow 2 \cdot 4a e^{2x} - 4 \cdot 2a e^{2x} - 6a e^{2x} = 3e^{2x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8a e^{2x} - 8a e^{2x} - 6a e^{2x} = 3e^{2x} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_p = -\frac{1}{2} e^{2x}$$

$$y = y_h + y_p \Rightarrow y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x} - \frac{1}{2} e^{2x}$$