

$$\begin{cases} \dot{y} = y + z + t \\ \dot{z} = -4y - 3z + 2t \end{cases}$$

פתרון:

$$\begin{cases} \dot{y} = y + z + t \\ \dot{z} = -4y - 3z + 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \dot{y} - y - t \\ \dot{z} = -4y - 3z + 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{z} = \ddot{y} - \dot{y} - 1 \\ \dot{z} = -4y - 3z + 2t \end{cases} \Rightarrow$$

$$\dot{z} = -4y - 3(\dot{y} - y - t) + 2t \Rightarrow \dot{z} = 5t - y - 3\dot{y}$$

$$\begin{cases} \dot{z} = \ddot{y} - \dot{y} - 1 \\ \dot{z} = 5t - y - 3\dot{y} \end{cases} \Rightarrow \ddot{y} - \dot{y} - 1 = 5t - y - 3\dot{y} \Rightarrow \ddot{y} + 2\dot{y} + y = 5t + 1$$

משאלה ב' ז'ב' על סדר II:

הפיתרון הכללי של מע' ז'ב' על סדר II הוא משפחה של קווי ישרים.

$$y'' + ay' + by = Q(x)$$

$$\lambda^2 + a\lambda + b = 0$$

מע' ז'ב' איננה מסדר II עם מקדמים קבועים!

ז'ג' המע' האופיינית!

$$\lambda_2 - 1, \lambda_1$$

נקרא

1. פיתרון המע' ההומוגנית

א' ק'ב' א'

א' ק'ב' א'

א' ק'ב' א'

$$y_h = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x} \quad \text{ההומוגנית} \quad \lambda_1 \neq \lambda_2$$

$$y_h = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 x e^{\lambda_1 x} \quad \text{":} \quad \lambda_1 = \lambda_2$$

$$y_h = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) \quad \text{":} \quad (\text{מחלקים}) \quad \lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$$

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + y = 5t + 1$$

המשוואה האופיינית והפתרון ההומוגני:

$$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0 \Rightarrow (\lambda + 1)^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -1$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 t e^{\lambda_1 t} \Rightarrow y_h = C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t}$$

$$y_h = C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t}$$

$$Q_{(t)} = 5t + 1$$

$(\alpha \neq \lambda_1, \lambda_2) y_p = a e^{\alpha x}$ $Q(x) = e^{\alpha x}$ $s=0$
 $y_p = X^s R_m(x) e^{\alpha x}$ $Q(x) = P_m(x) e^{\alpha x}$ $s=1$
 $(\alpha \neq \lambda_1, \alpha \neq \lambda_2)$ $s=2$
 $(\alpha = \lambda_2 \text{ if } \alpha = \lambda_1)$ $s=1$
 $(\alpha = \lambda_1 = \lambda_2)$ $s=2$

$P_m(x)$ is a polynomial of degree m

$R_m(x) = ax + b$

$R_m(x) = ax^2 + bx + c$

$P_m(x) = x$

$P_m(x) = x^2 + 2$

[illegible]

$$Q_{(t)} = (5t + 1) \cdot e^{0 \cdot t} \quad , \quad \alpha = 0 \neq \lambda_{1,2} \Rightarrow s = 0 \Rightarrow y_p = t^0 (at + b) e^{0 \cdot t}$$

$$y_p = at + b$$

[illegible]

$$y_p = at + b \quad \Rightarrow \quad \dot{y}_p = a \quad \Rightarrow \quad \ddot{y}_p = 0$$

$$\ddot{y}_p + 2\dot{y}_p + y_p = 5t + 1 \quad \Rightarrow \quad 0 + 2a + at + b = 5t + 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a = 5 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow b = -9$$

$$y_p = 5t - 9$$

$$y = y_h + y_p \quad \Rightarrow$$

$$y_{(t)} = C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t} + 5t - 9$$

$$z = \dot{y} - y - t \quad \Rightarrow \quad z = -C_1 e^{-t} + C_2 e^{-t} - C_2 t e^{-t} + 5 - (C_1 e^{-t} + C_2 t e^{-t} + 5t - 9) - t$$

$$z(t) = (C_2 - 2C_1)e^{-t} - 2C_2te^{-t} - 6t + 14$$