

$$y = xy' + \sqrt{4 + y'^2}$$

(3)

$$y = xy' + \sqrt{4 + y'^2}$$

$$y = xy' + \varphi(y')$$

! ה'ג'ג' 'ע'ד

$$\begin{cases} y = cx + \varphi(c) \\ y' = -c \cdot \varphi'(c) + \varphi(c) \\ x = -\varphi'(c) \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = Px + \varphi(P)$$

1. ג'ג'ג'ג' / ה'ג'ג'ג'ג'
1. ג'ג'ג'ג'ג' / ה'ג'ג'ג'ג'

$$y_{(x)} = Cx + \sqrt{4 + C^2}$$

This general solution represents a one-parameter family of straight lines in the xy-plane.

$$\varphi_{(P)} = \sqrt{4 + P^2} \Rightarrow \varphi'_{(P)} = \frac{P}{\sqrt{4 + P^2}}$$

$$\begin{cases} y_{(p)} = -P \frac{P}{\sqrt{4 + P^2}} + \sqrt{4 + P^2} \\ x = -\frac{P}{\sqrt{4 + P^2}} \rightarrow x \text{ and } P \text{ are of opposite signs!} \end{cases}$$

$$x^2(4 + P^2) = P^2 \Rightarrow 4x^2 = P^2(1 - x^2) \Rightarrow P^2 = \frac{4x^2}{1 - x^2} \Rightarrow p = -\frac{2x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

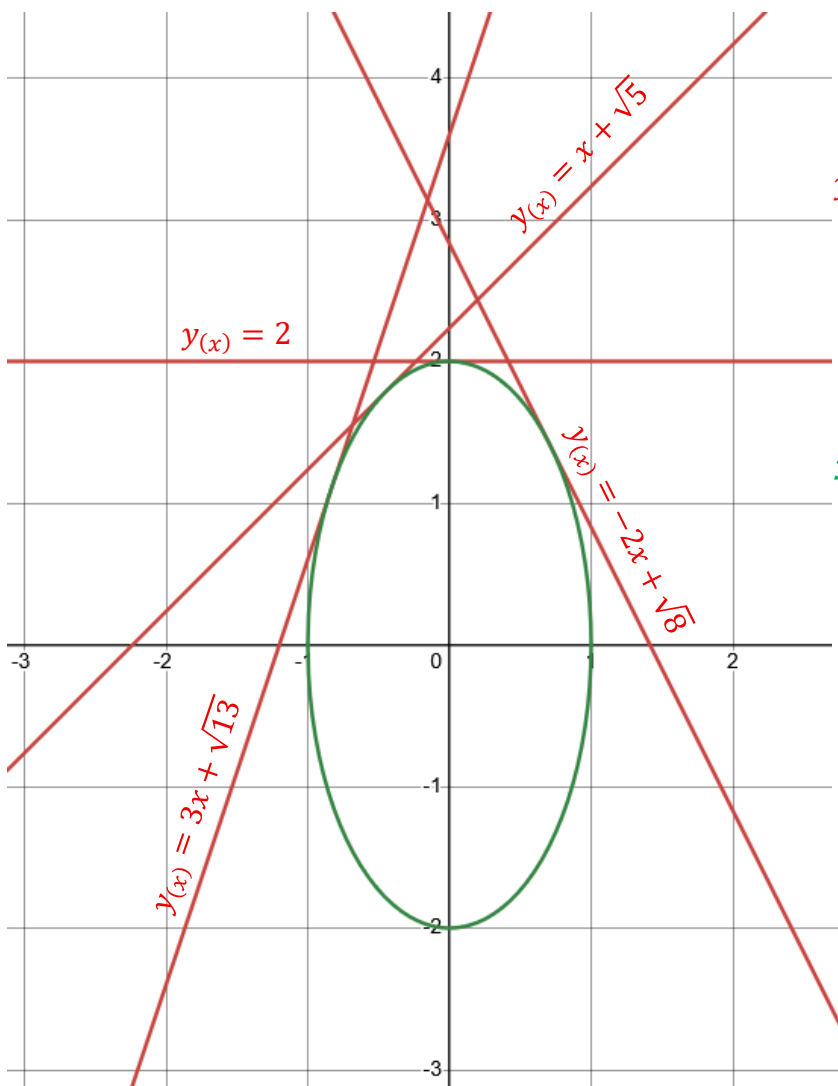
$$\varphi_{(P)} = \sqrt{4 + P^2} = \sqrt{4 + \frac{4x^2}{1 - x^2}} = \sqrt{\frac{4}{1 - x^2}} = \frac{2}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$y = Px + \varphi_{(P)} \Rightarrow y = -\frac{2x}{\sqrt{1 - x^2}}x + \frac{2}{\sqrt{1 - x^2}} = 2 \frac{1 - x^2}{\sqrt{1 - x^2}} = 2\sqrt{1 - x^2}$$

$$y^2 = 4(1 - x^2) \Rightarrow 4x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$

The **singular solution** represents the upper half of an ellipse.

Each line of the general solution is tangent to the elliptical curve of this singular solution.



הפתרון הכללי של המשוואה הוא משפחה של ישרים אשר תלויים בפרמטר אחד - C

$$y(x) = Cx + \sqrt{4 + C^2}$$

ארבעה מהם מופיעים בציור משמאל עבור ארבעה ערכי C שונים: -2,0,1,3

הפתרון הפרטי של המשוואה הוא האליפסה

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$

כל אחד מאינסוף הישרים שבמשפחת הפתרון הכללי משיק לאליפסה הזו בנקודה אחרת.

נהוג לכן לומר שהפתרון הפרטי מהווה מעטפת (envelope) לפתרון הכללי.