1) פתרו את המשוואה הבאה

$y' + y^2 \sin x = 0$

$$\frac{dy}{dx} + y^2 \sin x = 0 \quad => \quad \frac{dy}{y^2} + \sin x \, dx = 0$$

$$\int \frac{dy}{y^2} + \int \sin x \, dx = C \quad => \quad \frac{1}{y} + \cos x = C$$

2)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2}$$

$$(x^2 + xy + y^2)dx - x^2 dy = 0 \quad => \quad \begin{cases} P_{(x,y)} = x^2 + xy + y^2 & \to \quad P_{(tx,ty)} = t^2x^2 + t^2xy + t^2y^2 \quad \to \\ Q_{(x,y)} = x^2 & \to \quad Q_{(tx,ty)} = t^2x^2 \quad \to \end{cases}$$

$$\begin{cases} \to \ P_{(tx,ty)} = t^2(x^2 + xy + y^2) = t^2 P_{(x,y)} \\ \to \ Q_{(tx,ty)} = t^2x^2 \qquad\qquad\qquad = t^2 Q_{(x,y)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{(1,z)} = 1 + z + z^2 \\ Q_{(1,z)} = 1 \end{cases} \quad => \quad F_{(z)} = \frac{P_{(1,z)}}{Q_{(1,z)}} = 1 + z + z^2 \quad => \quad F_{(z)} - z = z^2 + 1$$

$P(x,y)\,dx - Q(x,y)\,dy = 0$

מ"ש דיפ' הומוגנית:

נקראת הומוגנית אם P ו Q הומוגניות מאותה מעלה.

$P(tx, ty) = t^{\overset{\text{מעלה}}{n}} P(x,y)$

$F(z) = \frac{P(1,z)}{Q(1,z)}$, $z = y/x$

הפתרון : $\int \frac{dz}{F(z) - z} = \ln xc$

$$\int \frac{dz}{z^2+1} = \ln xc \quad => \quad \arctan(z) = \ln xc \quad =>$$

$$\arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \ln xc$$