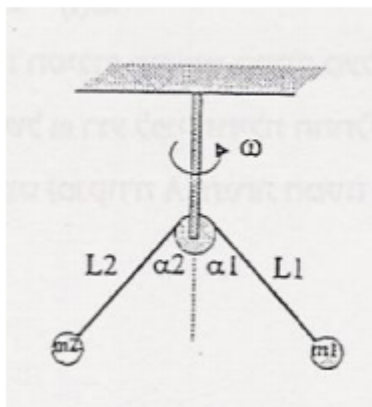


2 אֵלֶּה



שתי מסות קטנות m_1 ו- m_2 קשורות לחוט חסר מסה בעל אורך L . החוט מלוּפף על גלגלת חסרת חיכוך. הגלגלת מחוברת למוט אנכי והם מסתובבים יחד במהירות זוויתית ω .

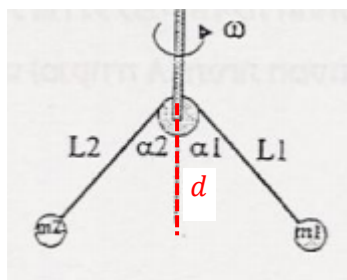
נתונים: $\omega, \alpha_2, \alpha_1, m_2, m_1$

א. חשב את יחס האורכים $\frac{L_1}{L_2}$.

ב. חשב את המתיחות בחוט.

פתרון א:

מהרקע שבתחתית העמוד, אנו מבינים שהמרחק האנכי מהגלגלת (d) זהה עבור שתי המסות. כמו כן, מדובר בחוט אחד דרך גלגלת חסרת חיכוך, כך ש- $T_1 = T_2 = T$.



$$\begin{cases} T \cos \alpha_1 = m_1 g \\ T \cos \alpha_2 = m_2 g \end{cases} \Rightarrow \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$d = L_1 \cos \alpha_1 = L_2 \cos \alpha_2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

רקע:

$$a_y = 0 \Rightarrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T \cos \theta = mg$$

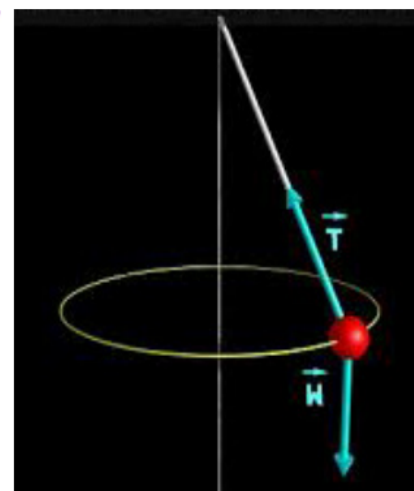
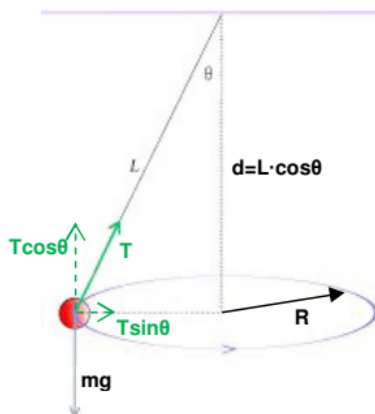
$$a_r \neq 0 \Rightarrow \Sigma F_r = ma_r \Rightarrow T \sin \theta = m \omega^2 R$$

נחלק את שתי המשוואות הנ"ל זו בזו ונקבל:

$$tg \theta = \frac{\omega^2 R}{g}$$

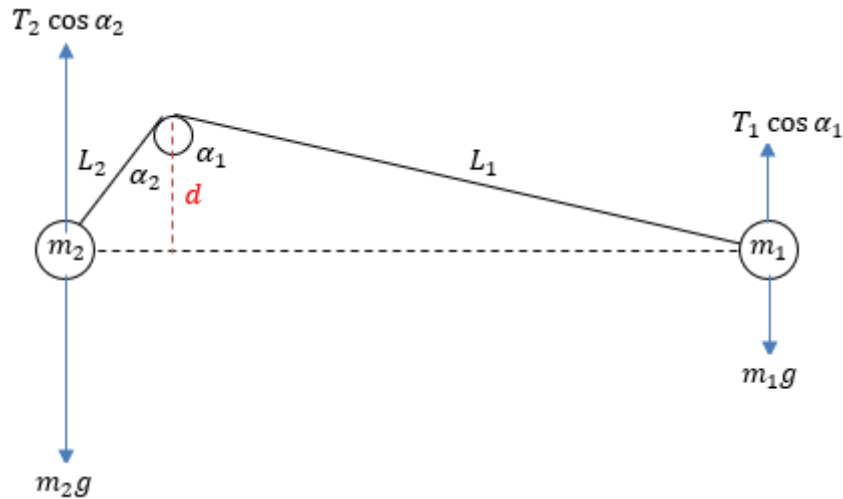
נוכל להציב כעת $L \cdot \sin \theta$ במקום R ולקבל:

$$tg \theta = \frac{\omega^2 L \cdot \sin \theta}{g} \Rightarrow \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 L}$$



מהביטוי $\cos \theta = \frac{g}{\omega^2 L}$ ניתן להסיק שככל שגדלה מהירות הסיבוב (ω) קטן $\cos \theta$, ז"א גדלה זווית הפרישה θ כפי שצפינו מראש. עובדה מעניינת נוספת שניתן להסיק מביטוי זה היא אי תלותו של d (המרחק שבין הכדור והתקרה) באורך החוט L. משיקולים טריגונומטריים $d = L \cdot \cos \theta$, כך שאנו מקבלים $d = \frac{g}{\omega^2}$, ז"א d אינו תלוי באורך החוט L. מילולית ניתן להסביר זאת כך: ככל שמשתמשים בחוט ארוך יותר גדלה גם זווית הפרישה θ בהתאמה, כך שמרחק הכדור מהתקרה נותר קבוע.

דיון קצר במשמעות היחס $\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_2}{m_1}$ אשר התקבל בסעיף א' ומומחש בצירור הבא ($m_1 < m_2$):



אנו יודעים שעל שתי המסות פועלת אותה המתיחות ($T_1 = T_2 = T$) וששתיהן נמצאות "באותו הגובה". אנו יודעים גם ש- $m_1 < m_2$ ולכן הרכיב האנכי של T_1 ($T_1 \cos \alpha_1$) חייב להיות קטן מזה של T_2 ($T_2 \cos \alpha_2$). כל זה מתאפשר רק אם L_1 "שוכב" יותר מ- L_2 ולשם כך עליו להיות ארוך יותר.

ב. חשב את המתיחות בחוט.

$$L_2 = L - L_1$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{L_1}{L - L_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow L_1 m_1 = m_2 L - m_2 L_1 \Rightarrow (m_1 + m_2) L_1 = m_2 L \Rightarrow L_1 = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2}$$

$$T \sin \alpha_1 = m_1 \omega^2 R_1 \Rightarrow T \sin \alpha_1 = m_1 \omega^2 L_1 \sin \alpha_1 \Rightarrow T = m_1 \omega^2 L_1$$

$$T = m_1 \omega^2 \frac{m_2 L}{m_1 + m_2} \Rightarrow T = \omega^2 L \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$