

$$f(x) = \int_1^{e^x} \frac{2 \ln t}{t} dt \quad \text{8. נתיב:}$$

$\frac{df}{dx}$ אולם הפתרון
 $f(0)$ אולם הפתרון

פתרון א:

$$f(x) = 2 \int_1^{e^x} \ln t \cdot \frac{1}{t} dt \rightarrow \begin{cases} u = \ln t \\ du = \frac{1}{t} dt \end{cases} = 2 \int_0^x u du = u^2 \Big|_0^x = x^2$$

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

אפשר גם לחשב את $f'(x)$ בעזרת המשפט היסודי:

$$f(x) = \int_1^{e^x} \frac{2 \ln t}{t} dt \rightarrow \begin{cases} u = e^x \\ \frac{du}{dx} = e^x \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{d}{du} \int_1^u \frac{2 \ln t}{t} dt \cdot \frac{du}{dx} =$$

$$\frac{2 \ln u}{u} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{2 \ln e^x}{e^x} \cdot e^x = 2x$$

פתרון ב:

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f(0) = 0$$

אם לא היינו טורחים לגלות בסעיף א' ש- $f(x) = x^2$, היינו מחשבים את $f(0)$ כך:

$$f(x) = \int_1^{e^x} \frac{2 \ln t}{t} dt \Rightarrow f(0) = \int_1^{e^0} \frac{2 \ln t}{t} dt = \int_1^1 \frac{2 \ln t}{t} dt = 0$$