

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^x - e^y}{x - y} = ?$$

For $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ we have $e^x \approx 1 + x$, $e^y \approx 1 + y$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 + x - (1 + y)}{x - y} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x - y}{x - y} = 1$$

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x-y)}{x+y} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

ב (0,0) נקודה f(x) מסומנת

For $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ we have $(x - y) \rightarrow 0$ and therefore $\sin(x - y) \approx x - y$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x,y)}{x + y} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x - y}{x + y}$$

נראה כעת בשיטת המסלולים שלפונקציה $\frac{x-y}{x+y}$ אין גבול כאשר $(x, y) \rightarrow (0, 0)$

ברביע הראשון אין משמעות לערכים המוחלטים כי x ו- y ממילא חיוביים. זהו לכן רביע "נוח" לענייננו.

נבחר שני מסלולים שונים אשר עוברים בנקודה $(0, 0)$, למשל $x = y$ ו- $x = 2y$, ונראה שמתקבלים גבולות שונים:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x - y}{x + y} \rightarrow \text{for } x = y: \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{0}{2y} = 0 \quad \text{for } x = 2y: \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y}{3y} = \frac{1}{3}$$

קיבלנו גבולות שונים במסלולים שונים אז לפונקציה $\frac{x-y}{x+y}$ אין גבול כאשר $(x, y) \rightarrow (0, 0)$.

לא קיים גבול ב- $(0, 0)$ אז על רציפות ב- $(0, 0)$ אין מה לדבר בכלל.