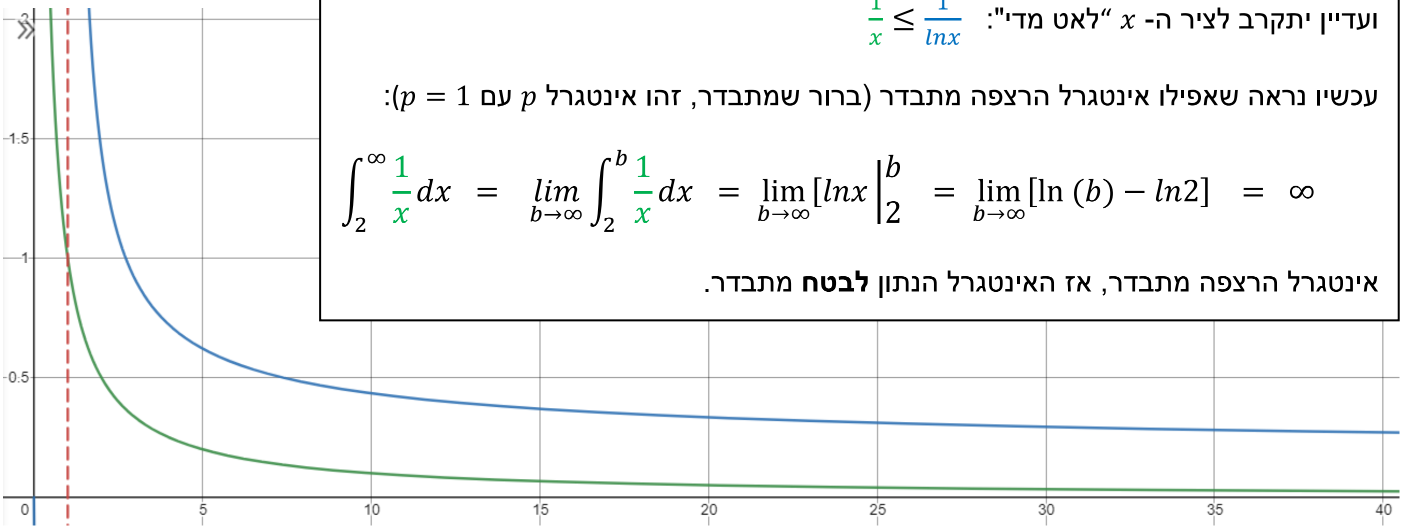


$$\int_1^\infty \frac{1}{lnx}dx \quad Converges?$$

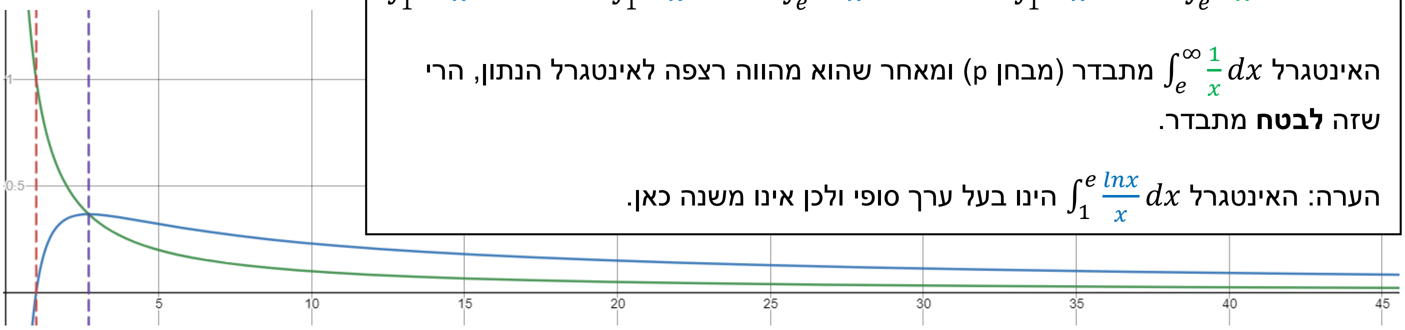
$$\int_1^\infty \frac{1}{lnx}dx = \int_1^2 \frac{1}{lnx}dx + \int_2^\infty \frac{1}{lnx}dx = \lim_{a\to 1^+}\int_a^2 \frac{1}{lnx}dx + \lim_{b\to\infty}\int_2^b \frac{1}{lnx}dx$$

מספיק להראות ש- $\int_2^\infty \frac{1}{lnx}dx$ מתבדר כדי להוכיח התבדרות של האינטגרל הנתון, אז נניח שהאינטגרנד $\frac{1}{lnx}$ מתקרב לציר ה- x "לאט מדי" ונחפש אינטגרנד אחר אשר יהווה לו רצפה ועדיין יתקרב לציר ה- x "לאט מדי": $\frac{1}{x} \le \frac{1}{lnx}$

עכשיו נראה שאפילו אינטגרל הרצפה מתבדר (ברור שמתבדר, זהו אינטגרל p עם $p = 1$):

$$\int_2^\infty \frac{1}{x}dx = \lim_{b\to\infty}\int_2^b \frac{1}{x}dx = \lim_{b\to\infty}[lnx\Big|_2^b = \lim_{b\to\infty}[\ln(b) - ln2] = \infty$$

אינטגרל הרצפה מתבדר, אז האינטגרל הנתון **לבטח** מתבדר.



$$\int_1^\infty \frac{lnx}{x}dx \qquad Show\ that\ diverges\ by\ comparison\ test$$

נחפש אינטגרנד אשר יהווה רצפה לאינטגרנד הנתון ועדיין יתקרב לציר ה- x "לאט מדי".

עבור $e \le x$ מתקיים: $\frac{1}{x} \le \frac{lnx}{x}$

נראה עכשיו שאפילו אינטגרל הרצפה מתבדר:

$$\int_1^\infty \frac{lnx}{x}dx = \int_1^e \frac{lnx}{x}dx + \int_e^\infty \frac{lnx}{x}dx \ge \int_1^e \frac{lnx}{x}dx + \int_e^\infty \frac{1}{x}dx$$

האינטגרל $\int_e^\infty \frac{1}{x}dx$ מתבדר (מבחן p) ומאחר שהוא מהווה רצפה לאינטגרל הנתון, הרי שזה **לבטח** מתבדר.

הערה: האינטגרל $\int_1^e \frac{lnx}{x}dx$ הינו בעל ערך סופי ולכן אינו משנה כאן.