



$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin^2 x}{\sqrt{x^6 + 5} + x^3} dx \text{ Converges?}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin^2 x}{\sqrt{x^6 + 5} + x^3} dx = \int_0^1 \frac{x \sin^2 x}{\sqrt{x^6 + 5} + x^3} dx + \int_1^{\infty} \frac{x \sin^2 x}{\sqrt{x^6 + 5} + x^3} dx$$

האינטגרל הראשון הינו בעל ערך סופי ולכן לא משנה לעניינו.  
 באשר לאינטגרל השני - אנו נניח שהאינטגרנד הנתון מתקרב לציר ה- $x$  "מספיק מהר"  
 ונחפש אינטגרנד אשר יהווה לו גג ועדיין יתקרב לציר ה- $x$  "מספיק מהר":

$$\frac{x \sin^2 x}{\sqrt{x^6 + 5} + x^3} \leq \frac{x}{\sqrt{x^6 + 5} + x^3} \leq \frac{x}{\sqrt{x^6 + 5}} \leq \frac{x}{\sqrt{x^6}} = \frac{1}{x^2}$$

נראה עכשיו שאפילו אינטגרל הגג של הגג מתכנס (ברור, אינטגרל  $p$  עם  $p > 1$ ):

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b \frac{1}{x^2} dx =$$

$$= - \lim_{b \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{x} \right]_1^b = - \lim_{b \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{b} - \frac{1}{1} \right] = - \left[ 0 - \frac{1}{1} \right] = 1$$

אינטגרל הגג (של הגג של הגג) מתכנס, אז האינטגרל הנתון **לבטח** מתכנס.