

$$\int_0^2 \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}} dx \text{ Converges?}$$

נתבונן באינטגרנד הנתון:

$$\frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}$$

ונבין שבתחום האינטגרציה הנתון ( $0 \leq x \leq 2$ ) מקבל המונה ערך מרבי השווה ל- $e^2$  (כאשר  $x=2$ ).

נחליף את האינטגרנד הנתון באינטגרנד חדש:

$$\frac{8}{\sqrt{4-x^2}}$$

אינטגרנד זה מהווה גג לאינטגרנד הנתון כי  $e^2 < 8$

אם אינטגרנד הגג מתקרב לישר  $x=2$  "מספיק מהר", אז האינטגרנד הנתון עושה זאת לבטח מספיק מהר.

$$\int_0^2 \frac{8}{\sqrt{4-x^2}} dx = 8 \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx =$$

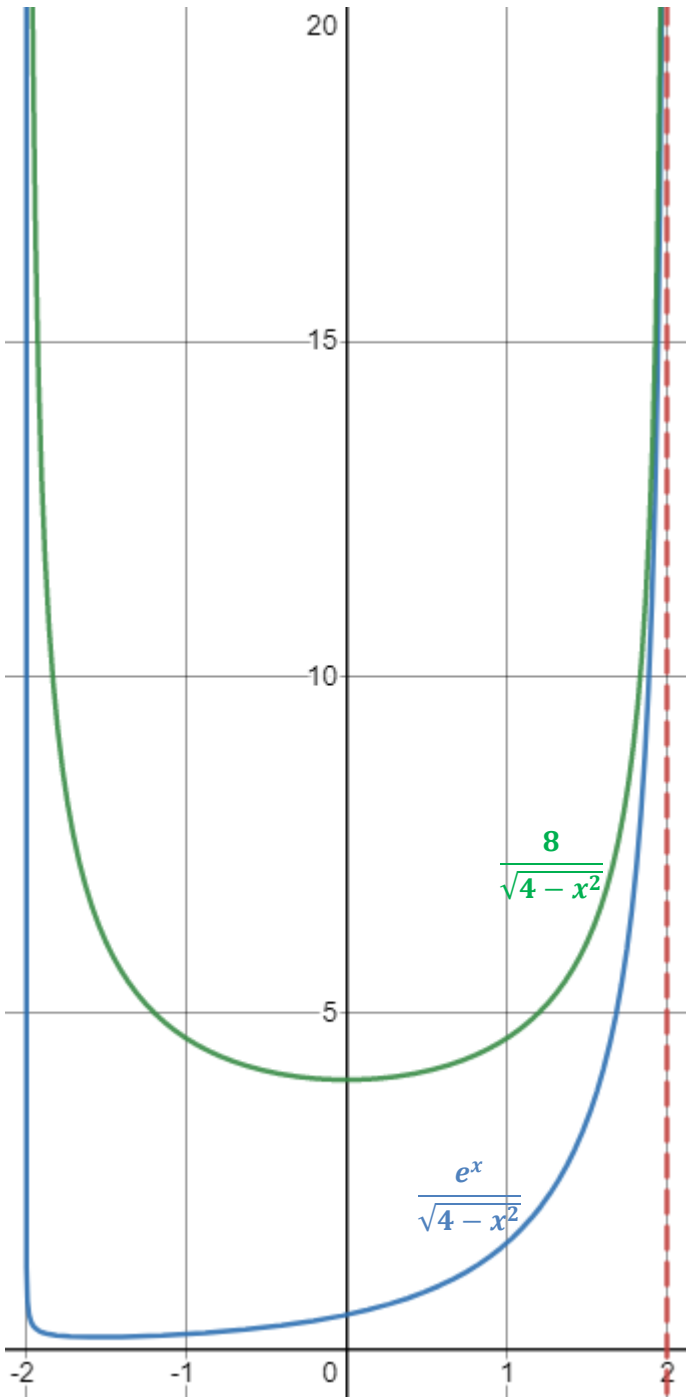
$$= 8 \lim_{b \rightarrow 2^-} \int_0^b \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx =$$

$$= 8 \lim_{b \rightarrow 2^-} \left[ \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) \Big|_0^b \right] =$$

$$= 8 \lim_{b \rightarrow 2^-} \left[ \arcsin\left(\frac{b}{2}\right) - 0 \right] =$$

$$= 8 \left[ \arcsin\left(\frac{2}{2}\right) \right] = 8 \cdot \frac{\pi}{2} = 4\pi$$

אינטגרל הגג מתכנס (ל- $4\pi$ ), אז האינטגרל הנתון **לבטח** מתכנס (לפחות מ- $4\pi$ ).



חישוב האינטגרל:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{a^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)}} = \int \frac{dx}{a\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} = \int \frac{\frac{dx}{a}}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}} \rightarrow \begin{cases} u = \frac{x}{a} \\ du = \frac{dx}{a} \end{cases} =$$

$$= \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin(u) + C = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$$