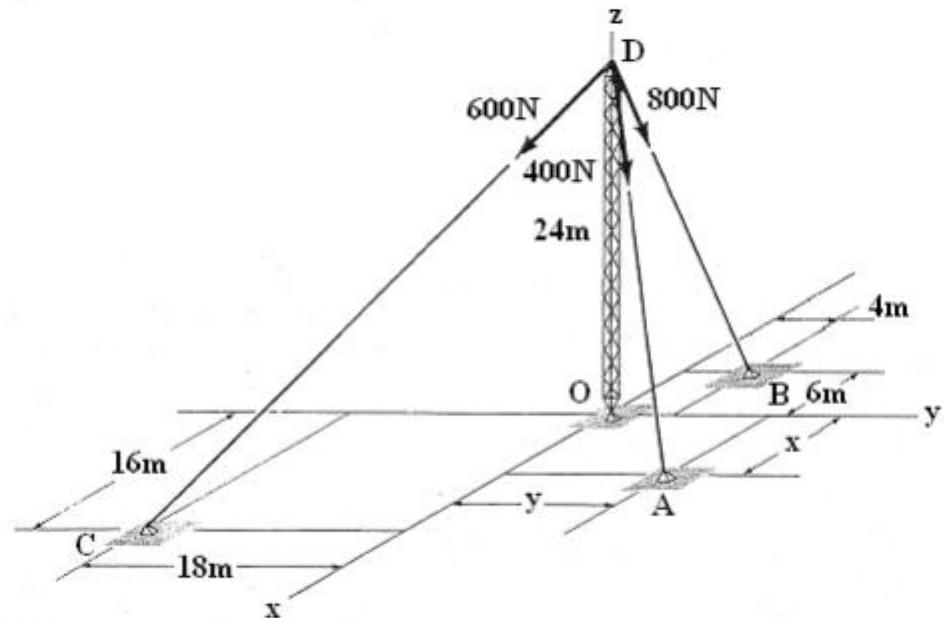


2 אף

באיור לשאלה זו מתואר תורן אחיד שגובהו 24m ומשקלו 2000N. התורן מעוגן לרצפה על ידי שלושה כבלים וכן על ידי פרק כדורי ב-O. הכוחות הפועלים בכבלים מצויינים באיור.

הכוח השקול הפועל על הפרק הכדורי ב-O הוא בעל רכיב בכיוון z בלבד.



- מצא את הקואורדינטות x ו-y של הנקודה A, שבה יש לעגן את הכבל AD לרצפה, כדי שהתורן יימצא בשיווי משקל סטטי במנוחה.
- חשב את הכוח שמפעיל הפרק הכדורי על התורן.

$$T_{Ax} = T_{Axy} \cdot \cos \theta = T_A \sin \varphi \cdot \cos \theta = 400 \sin \varphi \cdot \cos \theta$$

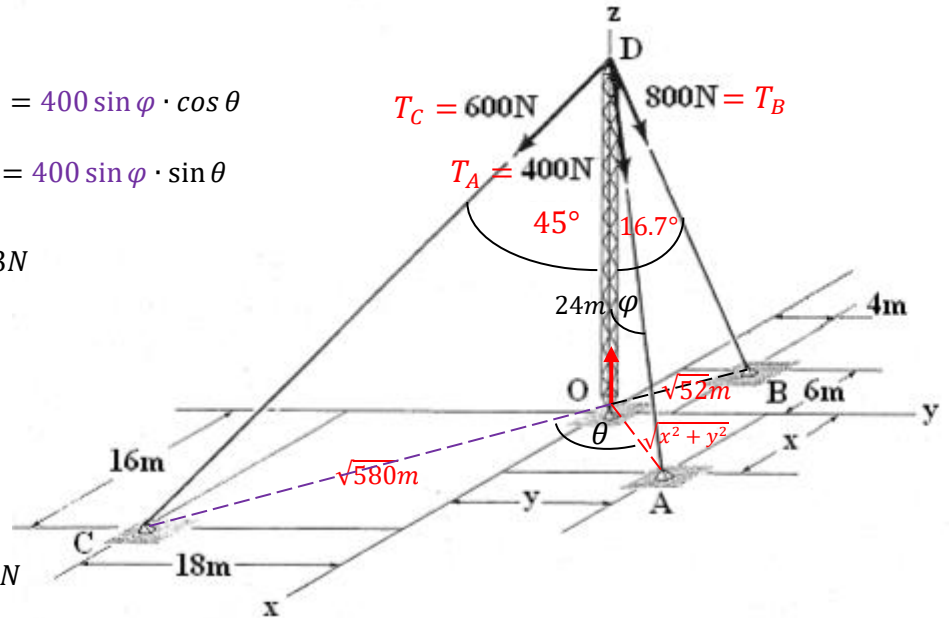
$$T_{Ay} = T_{Axy} \cdot \sin \theta = T_A \sin \varphi \cdot \sin \theta = 400 \sin \varphi \cdot \sin \theta$$

$$T_{Bx} = -T_B \sin 16.7^\circ \cdot \frac{6}{\sqrt{52}} = -191.3N$$

$$T_{By} = T_B \sin 16.7^\circ \cdot \frac{4}{\sqrt{52}} = 127.5N$$

$$T_{Cx} = T_C \sin 45^\circ \cdot \frac{16}{\sqrt{580}} = 281.9N$$

$$T_{Cy} = -T_C \sin 45^\circ \cdot \frac{18}{\sqrt{580}} = -317.1N$$



נרשום משוואת מומנטים וקטורית סביב ציר O:

$$\sum \vec{M}_O = \vec{M}_A + \vec{M}_B + \vec{M}_C = 0$$

$$\vec{M}_A = \vec{r} \times \vec{T}_A = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 24 \\ T_{Ax} & T_{Ay} & T_{Az} \end{vmatrix} = 24T_{Ax}\hat{y} - 24T_{Ay}\hat{x}$$

$$\vec{M}_B = \vec{r} \times \vec{T}_B = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 24 \\ T_{Bx} & T_{By} & T_{Bz} \end{vmatrix} = 24T_{Bx}\hat{y} - 24T_{By}\hat{x}$$

$$\vec{M}_C = \vec{r} \times \vec{T}_C = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 24 \\ T_{Cx} & T_{Cy} & T_{Cz} \end{vmatrix} = 24T_{Cx}\hat{y} - 24T_{Cy}\hat{x}$$

$$x: -24T_{Ay} - 24T_{By} - 24T_{Cy} = 0 \Rightarrow T_{Ay} + T_{By} + T_{Cy} = 0 \Rightarrow T_{Ay} + 127.5 - 317.1 = 0 \Rightarrow T_{Ay} = 189.6N$$

$$y: 24T_{Ax} + 24T_{Bx} + 24T_{Cx} = 0 \Rightarrow T_{Ax} + T_{Bx} + T_{Cx} = 0 \Rightarrow T_{Ax} - 191.3 + 281.9 = 0 \Rightarrow T_{Ax} = -90.6N$$

$$\begin{cases} T_{Ax} = -90.6N \\ T_{Ay} = 189.6N \end{cases} \Rightarrow T_{Axy} = \sqrt{T_{Ax}^2 + T_{Ay}^2} = 210.1N \Rightarrow T_A \sin \varphi = 210.1N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 400 \sin \varphi = 210.1 \Rightarrow \sin \varphi = 0.52525 \Rightarrow \varphi = 31.7^\circ$$

$$\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{24} = \tan 31.7^\circ \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 24 \tan 31.7^\circ = 14.8m$$

הבהרה: x ו-y הם קואורדינטות נקודת העגינה A אשר מצוינות בשרטוט ושאותן התבקשנו למצוא.

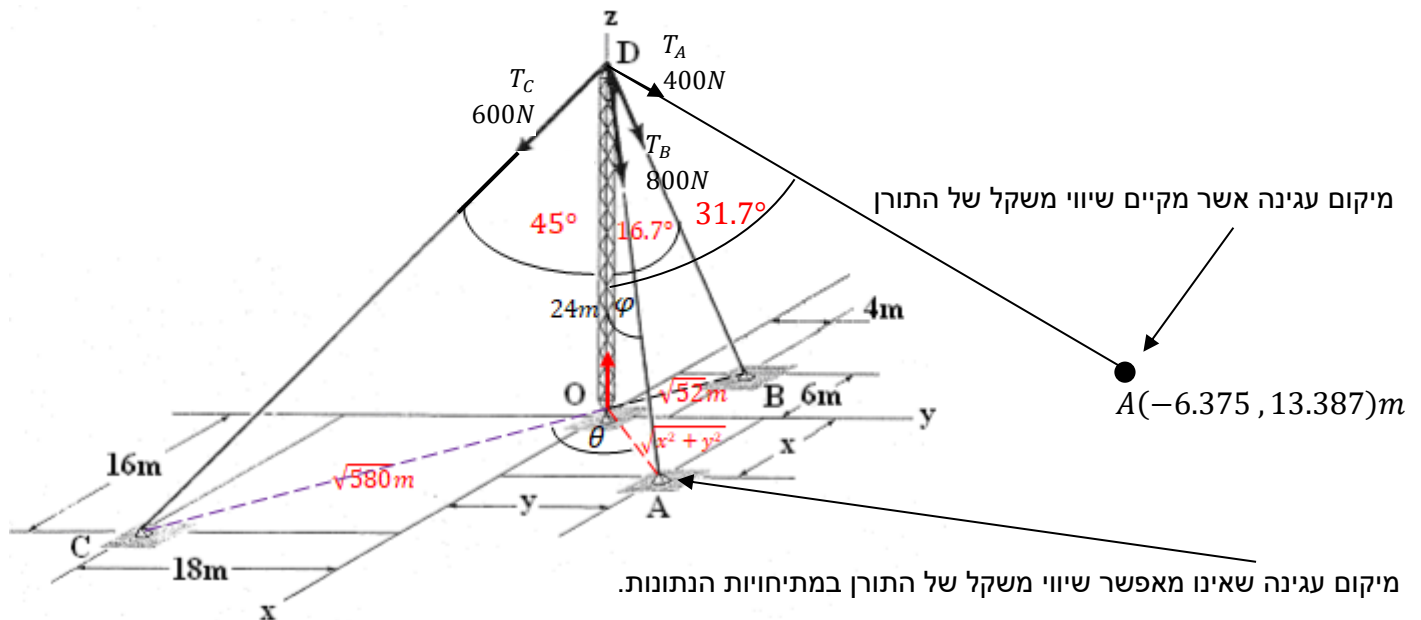
יחס היטלי ווקטור הכוח T_{Axy} על הצירים x ו- y הוא כיחס היטלי ווקטור המקום של הנקודה A (r_A) על צירים אלה (משולשים דומים):

$$\frac{y}{x} = \frac{T_{Ay}}{T_{Ax}} = \frac{189.6}{-90.6} = -2.1 \Rightarrow y = -2.1x \Rightarrow y^2 = 4.4x^2$$

$$\sqrt{x^2 + 4.4x^2} = 14.8m \Rightarrow 5.4x^2 = 219.5 \Rightarrow x^2 = 40.6 \Rightarrow x = -6.375m$$

$$y = -2.1(-6.375) = 13.387m$$

$$A(-6.375, 13.387)m$$



מסתבר שנקודת העגינה A נמצאת ברביע השני בכלל, ולא ברביע הראשון כבשרטוט. זה הגיוני, מפני ש- T_B פועל בעיקר כלפי מטה ואינו מספק רכיב אופקי (T_{Bxy}) גדול דיו כדי לקזז את T_{Cxy} (רכיבו האופקי של T_C). על T_{Axy} (רכיבו האופקי של T_A) "לעזור" ל- T_{Bxy} כנגד T_{Cxy} והוא יכול לעשות זאת רק מהרביע השני.

פתרון ב'

אנו נשאלים מהו הכוח שמפעיל הפרק הכדורי על התורן. אנו יודעים שכוח זה מכון מעלה כי נתון שעל הפרק הכדורי פועל כוח שכיוונו מטה (כוח שמפעיל עליו התורן, מן הסתם). נחשב את סך הכוח שמפעיל התורן על הפרק הכדורי ונהפוך את כיוונו. זו תהיה התשובה לשאלה שנשאלנו.

סך הכוח שמפעיל התורן על הפרק הכדורי הוא משקל התורן בתוספת הרכיבים האנכיים של מתיחויות הכבלים:

$$\sum \vec{F}_Z = \vec{W}_{POLE} + \vec{T}_{Az} + \vec{T}_{Bz} + \vec{T}_{Cz} = (2000 + 400 \cos 31.7^\circ + 800 \cos 16.7^\circ + 600 \cos 31.7^\circ)(-z) = 3617(-z)N$$