

על ציר גלגלת שרדיוסה $R = 1\text{m}$ ומסתה $M = 2\text{kg}$ מופעל מומנט סיבובי ע"י מנוע.
 המומנט שמפעיל המנוע תלוי בזמן ונתון ע"י הביטוי $r(t) = 20(t + 1)\text{ Nm}$
 סביב הגלגלת מלופף חוט שבקצהו תלויה משקולת שמסתה $m = 1\text{kg}$.
 המנוע מסובב את הגלגלת ממצב מנוחה והמשקולת עולה.

- מהי המהירות הזוויתית של הגלגלת לאחר 2 סיבובים שלמים?
- מהי תאוצת המשקולת אז?
- מה תהיה תאוצת המשקולת כאשר המנוע יפסיק לפעול?

$$\begin{cases} \sum \tau = I\alpha & \Rightarrow 20(t+1) - TR = \frac{MR^2}{2} \cdot \frac{a(t)}{R} = \frac{MR}{2} a(t) \\ \sum F = ma & \Rightarrow T - mg = ma(t) \Rightarrow T = ma(t) + mg \end{cases} \Rightarrow 20(t+1) - mRa(t) - mgR = \frac{MR}{2} a(t)$$

$$\Rightarrow 20(t+1) - mgR = R \left(\frac{M+2m}{2} \right) a(t) \Rightarrow a(t) = \frac{40(t+1) - 2mgR}{R(M+2m)} = \frac{40}{R(M+2m)}(t+1) - \frac{2mg}{M+2m}$$

$$a(t) = 10(t+1) - 5 = 10t + 5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha(t) = \frac{a(t)}{R} = 10t + 5 \frac{rad}{s^2}$$

$$\omega(t) = \int_0^t \alpha(t) dt = 5 \int_0^t (2t+1) dt = \frac{5}{4} [(2t+1)^2] \Big|_0^t = \frac{5}{4} [(2t+1)^2 - 1] = 5t^2 + 5t \frac{rad}{s}$$

$$\theta(t) = \int_0^t \omega(t) dt = 5 \int_0^t (t^2 + t) dt = 5 \left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 \right] \Big|_0^t = \frac{5}{3}t^3 + \frac{5}{2}t^2 \text{ rad}$$

לאחר 2 סיבובים שלמים $\theta = 4\pi \text{ rad}$. נחשב כעבור כמה זמן זה קורה:

$$\theta(t) = \frac{5}{3}t^3 + \frac{5}{2}t^2 \text{ rad} \Rightarrow 4\pi = \frac{5}{3}t^3 + \frac{5}{2}t^2 \Rightarrow 24\pi = 10t^3 + 15t^2 \Rightarrow t \approx 1.568 \text{ sec}$$

$$\omega(t) = 5t^2 + 5t \frac{rad}{s} \Rightarrow \omega_{(1.568)} = 20.13 \frac{rad}{s}$$

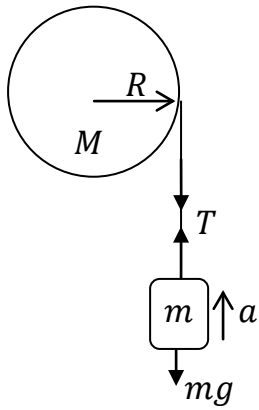
$$\alpha(t) = 10t + 5 \frac{rad}{s^2}$$

ב.

תאוצת המשקולת a שווה לתאוצה המשיקית של הגלגלת:

$$a_t = \alpha R \Rightarrow a_{t(t)} = 10t + 5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_{t(1.568)} = 20.68 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a = 20.68 \frac{m}{s^2}$$

כאשר המנוע אינו פועל, רק המתחים T שבחוט מפעילה מומנט כוח על הגלגל:



$$\begin{cases} \sum \tau = I\alpha & \Rightarrow & -TR = \frac{MR^2}{2} \cdot \frac{a_{(t)}}{R} = \frac{MR}{2} a_{(t)} \\ \sum F = ma & \Rightarrow & T - mg = ma_{(t)} \Rightarrow T = ma_{(t)} + mg \end{cases} \Rightarrow -mRa_{(t)} - mgR = \frac{MR}{2} a_{(t)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -mg = \frac{M + 2m}{2} a_{(t)} \Rightarrow a_{(t)} = \frac{-2m}{M + 2m} g = -\frac{1}{2} g \frac{m}{s^2}$$

ללא מנוע, תאוצת המשקולת היא מחצית מתאוצת הנפילה החופשית שהייתה לה לולא הייתה קשורה לחוט.