מה צריך להיות ערכו של הפרמטר a כדי שהפונקציה הבאה תהא רציפה?

$$f_{(x,y,z)} = \begin{cases} \dfrac{x(y+z)}{x^2+2y^2+3z^2} & , \quad (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ a & , \quad (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

פיתרון:

כדי שתהא רציפה, גבול הפונקציה כאשר $(x,y,z) \to (0,0,0)$ צריך להיות שווה לערך הפונקציה בנקודה $(0,0,0)$.

ראשית נבדוק אם הגבול קיים בכלל.

ננסה לשלול את קיומו בשיטת המסלולים.
נבחר שני מסלולים במרחב xyz אשר עוברים ב- $(0,0,0)$ ונקווה שיתקבלו גבולות שונים בהתקרבנו לראשית:

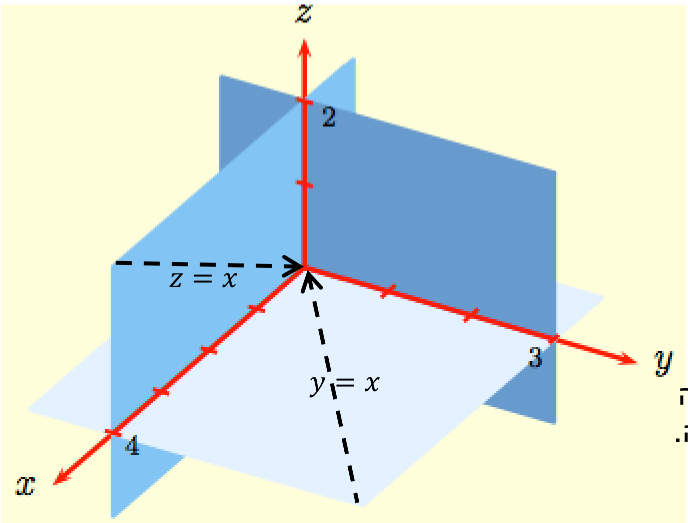
במישור xz $(y=0)$ ננוע על המסלול $z=x$ ונקבל $f_{(x,0,x)} = \frac{x(0+x)}{x^2+2\cdot 0^2+3x^2} = \frac{x^2}{4x^2} = \frac{1}{4}$

במישור xy $(z=0)$ ננוע על המסלול $y=x$ ונקבל $f_{(x,x,0)} = \frac{x(x+0)}{x^2+2x^2+3\cdot 0^2} = \frac{x^2}{3x^2} = \frac{1}{3}$

$$\lim_{x\to 0} f_{(x,0,x)} = \frac{1}{4} \quad \neq \quad \lim_{x\to 0} f_{(x,x,0)} = \frac{1}{3} \quad => \quad Limit\ doesn't\ exist$$

יצאנו בזול, הגבול אינו קיים אז כלל אין מה לדון ברציפות.

אין ערך של a אשר יגרום לפונקציה להיות רציפה.



תחום ההגדרה של $f_{(x,y,z)}$ הוא המרחב xyz.

בדקנו אם ל- f יש גבול בראשית הצירים וגילינו שאין.

כאשר מתקרבים לראשית לאורך הישר $z=x$, הפונקציה שואפת לערך $\frac{1}{4}$, וכאשר מתקרבים לראשית לאורך הישר $y=x$, הפונקציה שואפת לערך $\frac{1}{3}$.

אם פונקציה שואפת לערכים שונים כאשר מתקרבים לאותה הנקודה מכיוונים שונים, אז לא קיים לפונקציה גבול בנקודה.