

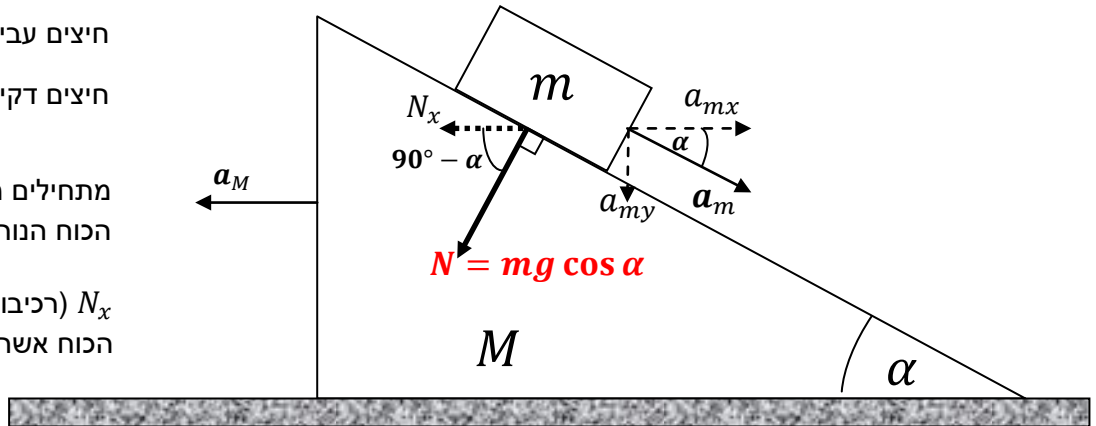
גוף שמסתו m מחליק ללא חיכוך לאורך מישור משופע של טריז בעל מסה M .
 כתוצאה מכך מאיץ הטריז שמאלה בתאוצה a_M על קרקע חלקה.
 נתונים: m, M, g, α

- א. מצא את a_M (תאוצת הטריז ביחס לקרקע).
 ב. מצא את a_{rel} (תאוצת הגוף ביחס לטריז).

חיצים עבים – כוחות
 חיצים דקים – תאוצות

מתחילים מ- $N = mg \cos \alpha$,
 הכוח הנורמלי שמפעיל m על M .

N_x (רכיבו האופקי של N) הוא
 הכוח אשר מאיץ את M שמאלה.



פיתרון (כיוון ימין חיובי, כיוון מעלה חיובי, הסימן \pm של כוח או תאוצה ירשם רק בסוף שורת החישוב).

א) חישוב a_M (תאוצת הטריז ביחס לקרקע):

תאוצת הטריז (שהינה אופקית) שווה לכוח האופקי הפועל עליו, חלקי מסתו

$$a_{M_x} = \frac{\sum F_x}{M} = \frac{N_x}{M} = \frac{N \cos(90^\circ - \alpha)}{M} = \frac{N \sin \alpha}{M} = \frac{mg \cos \alpha \sin \alpha}{M} = -\frac{m}{M} \cdot \frac{g}{2} \sin(2\alpha)$$

$$a_{M_y} = 0$$

שימו לב לכך שתאוצת הטריז מרבית כאשר $\alpha = 45^\circ$. עם מעט אינטואיציה אפשר להבין מדוע.

ב) חישוב a_{rel} (תאוצת הגוף ביחס לטריז):

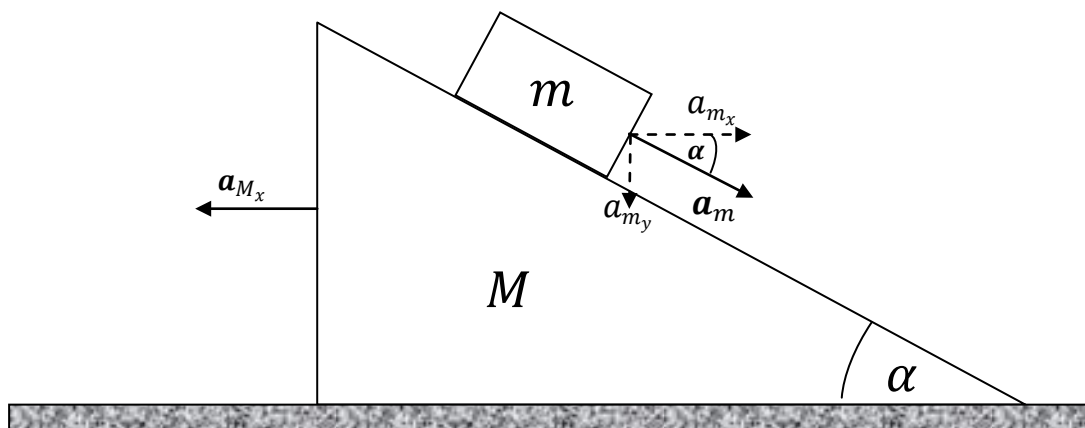
תאוצת הגוף במורד שווה לכוח הפועל עליו בכיוון המורד, חלקי מסתו

$$a_m = \frac{mg \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha$$

$$\begin{cases} a_{m_x} = a_m \cos \alpha = g \sin \alpha \cos \alpha = \frac{g}{2} \sin(2\alpha) \\ a_{m_y} = a_m \sin \alpha = g \sin \alpha \sin \alpha = -g \sin^2 \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{rel_x} = a_{m_x} - a_{M_x} = \frac{g}{2} \sin(2\alpha) + \frac{m}{M} \cdot \frac{g}{2} \sin(2\alpha) = \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{g}{2} \sin(2\alpha) \\ a_{rel_y} = a_{m_y} - a_{M_y} = -g \sin^2 \alpha - 0 = -g \sin^2 \alpha \end{cases}$$

$$\vec{a}_{rel} = \left(\left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{g}{2} \sin(2\alpha) \quad , \quad -g \sin^2(\alpha) \right)$$



(א)

בציר האופקי לא פועלים כוחות חיצוניים על המערכת טריז-גוף ולכן התנע שלה בציר זה נשמר:

$$P_{f_x} = P_{i_x} \Rightarrow Mu_{M_x} + mu_{m_x} = 0 \Rightarrow u_{M_x} = -\frac{m}{M}u_{m_x}$$

כצפוי, כיווני המהירויות בציר האופקי מנוגדים, ויחס הגדלים שלהן הפוך ליחס המסות.

נגזור לפי זמן את שני האגפים, ונקבל שבציר האופקי אותו הדין תקף גם לגבי התאוצות:

$$\frac{d}{dt}(u_{M_x}) = -\frac{m}{M} \cdot \frac{d}{dt}(u_{m_x}) \Rightarrow a_{M_x} = -\frac{m}{M}a_{m_x}$$

כידוע, תאוצת הגוף במורד שווה לכוח הפועל עליו בכיוון המורד, חלקי מסתו

$$a_m = \frac{mg \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha$$

הרכיב האופקי של תאוצה זו הוא

$$a_{m_x} = a_m \cos \alpha = g \sin \alpha \cos \alpha = \frac{g}{2} \sin(2\alpha)$$

ואם כך,

$$a_{M_x} = -\frac{m}{M}a_{m_x} = -\frac{m}{M} \cdot \frac{g}{2} \sin(2\alpha)$$

אותה התוצאה שקיבלנו לסעיף א' בדרך הקודמת בה הלכנו.

(ב)

סעיף ב' יבוצע כמקודם (פרט לכך שאת a_{m_x} יש לנו כבר מסעיף א').