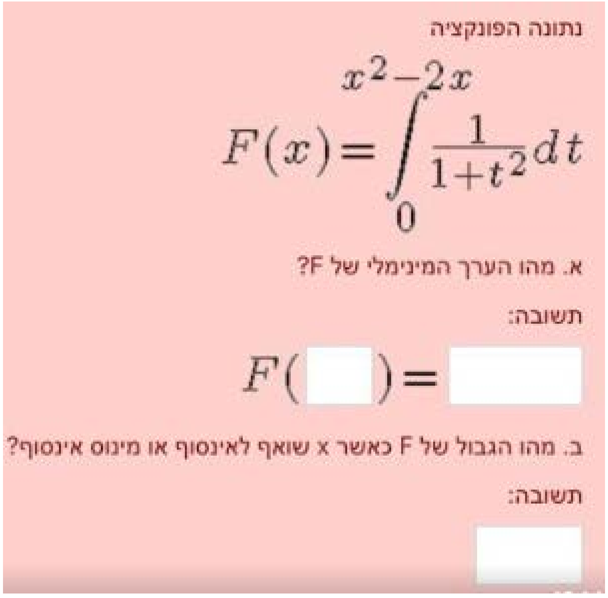

ראשית יש לחשב את $f_{(x)}$ - הנגזרת של $F_{(x)}$:

$$f_{(x)} = \frac{d}{dx}F_{(x)} = \frac{d}{dx}\int_0^{x^2-2x}\frac{1}{1+t^2}dt = ?$$

אח"כ יש להשוותה לאפס כדי למצוא את $\boldsymbol{x}$ שעבורו $F_{(x)}$ מינימאלית :

$$f_{(x)} = 0 \quad => \quad x_{min} = ?$$

לבסוף יהא עלינו לחשב את $F_{(x)}$ ולהציב בה את x_{min} :

$$F_{(x)} = \int_0^{x^2-2x}\frac{1}{1+t^2}dt = ? \quad => \quad F_{(x_{min})} = ?$$

מציאת $f_{(x)}$ (הנגזרת של $F_{(x)}$) תוך שימוש במשפט היסודי ובכלל השרשרת:

$$F_{(x)} = \int_0^{x^2-2x}\frac{1}{1+t^2}dt\ \ (given) \quad => \quad F_{(u)} = \int_0^{u}\frac{1}{1+t^2}dt \quad , \quad u_{(x)} = x^2-2x \quad \frac{du}{dx} = 2x-2$$

$$f_{(x)} = \frac{d}{dx}F_{(x)} = \frac{d}{du}F_{(u)}\cdot\frac{du}{dx} = \frac{d}{du}\int_0^{u}\frac{1}{1+t^2}dt\cdot\frac{du}{dx} = \frac{1}{1+u^2}\cdot\frac{du}{dx} = \frac{1}{1+(x^2-2x)^2}\cdot(2x-2)$$

מהשוואת $f_{(x)}$ לאפס מתקבלת נקודת מינימום של $F_{(x)}$ ב- $x=1$, ז"א $x_{min}=1$.

כעת יש לחשב את $F_{(x)}$ (אפשר היה לעשות זאת מראש כמובן, ואז לגזור ולהשוות לאפס כדי למצוא את x_{min}, אבל רצינו להשתמש במשפט היסודי) ולהציב בה את x_{min}:

$$F_{(x)} = \int_0^{x^2-2x}\frac{1}{1+t^2} = arctg(t)\Big|_0^{x^2-2x} = arctg(x^2-2x)$$

$$F_{min} = F_{(1)} = arctg(1^2-2\cdot1) = -\frac{\pi}{4} \quad is\ the\ minimal\ value\ of\ F$$

פיתרון סעיף ב', הגבול של $F_{(x)}$ כאשר x שואף לאינסוף או מינוס אינסוף:

$$\lim_{x\to\pm\infty}F_{(x)} = \lim_{x\to\pm\infty}arctg(x^2-2x) = arctg(\infty) = \frac{\pi}{2}$$