

מצא את טור מקלורן של $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x - 8}$

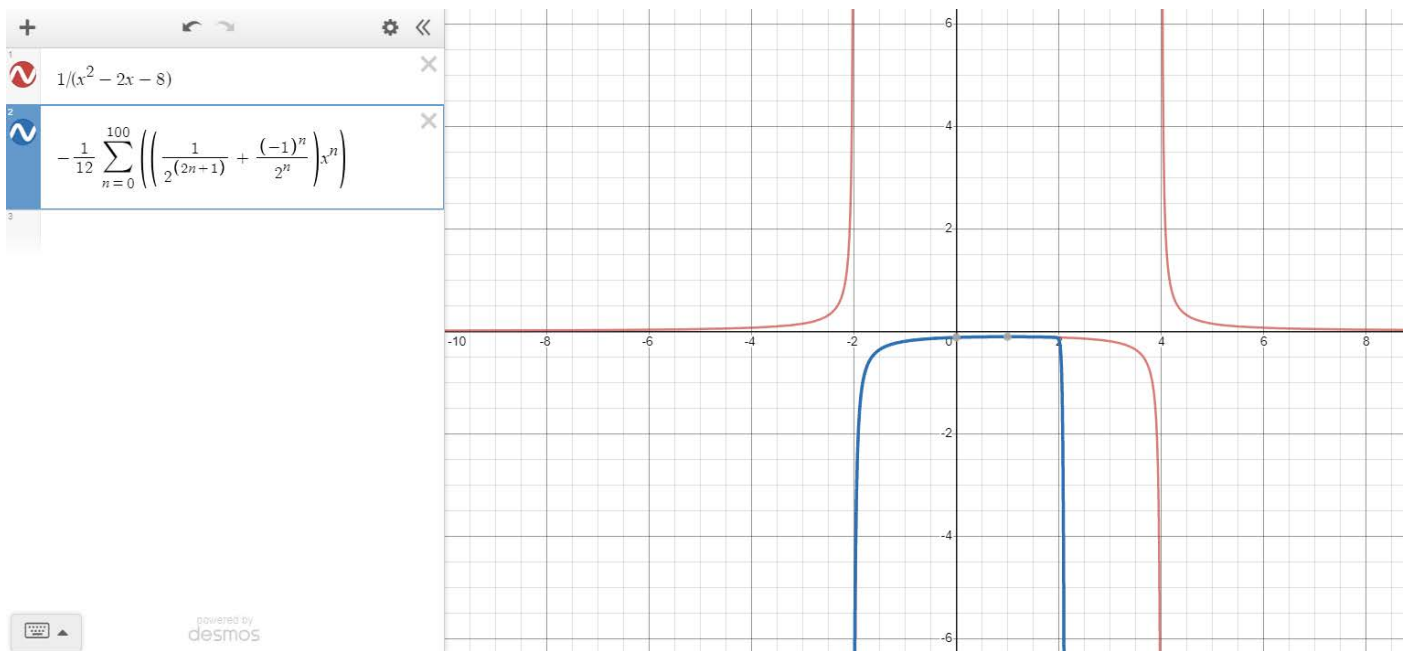
פיתרון:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2 - 2x - 8} &= \frac{1}{(x+2)(x-4)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-4} = \dots = \\ &= \frac{1}{6} \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+2} \right) = \frac{1}{6} \left(\frac{-\frac{1}{4}}{1 - \frac{x}{4}} - \frac{\frac{1}{2}}{1 - (-\frac{x}{2})} \right) = -\frac{1}{12} \left(\frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{x}{4}} + \frac{1}{1 - (-\frac{x}{2})} \right) = \\ &= -\frac{1}{12} \sum_0^{\infty} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{4} \right)^n + \left(-\frac{x}{2} \right)^n \right] = -\frac{1}{12} \sum_0^{\infty} \left[\frac{1}{2^{2n+1}} + \frac{(-1)^n}{2^n} \right] x^n \end{aligned}$$

$$-1 < \frac{x}{4} < 1 \quad \Rightarrow \quad -4 < x < 4$$

$$-1 < -\frac{x}{2} < 1 \quad \Rightarrow \quad -2 < x < 2$$

תחום ההתכנסות של הטור הוא $-2 < x < 2$ ודסמוס מאשר זאת גרפית:



הגרף הכחול של טור החזקות (100 איברים ראשונים מספיקים לענייננו) חופף לגרף האדום של הפונקציה הנתונה כאשר $-2 < x < 2$.

אם כך, טור החזקות שקיבלנו שווה לפונקציה הנתונה כל עוד $-2 < x < 2$.