

חשב את נפח הגוף המתקבל מסיבוב התחום הכלוא בין  $x = 0$  ,  $x = 1$  ,  $y = x - x^3$  ו-  $y = 1$  סביב הישר  $y = 2$ .

פיתרון בשיטת הדסקות:

נחשב את נפח הגוף כולו, ואז נפחית את נפח הגליל הפנימי.

רדיוס הדסקה שצירה  $y = 2$  הינו:

$$r = 2 - (x - x^3) \Rightarrow r^2 = 4 - 4(x - x^3) + (x - x^3)^2 =$$

$$= x^6 - 2x^4 + 4x^3 + x^2 - 4x + 4$$

נפח הדסקה הינו:

$$dV = \pi r^2 h = \pi(x^6 - 2x^4 + 4x^3 + x^2 - 4x + 4)dx$$

אינטגרציה של אינסוף דסקות כאלה לרוחב התחום  $[0, 1]$  תניב את נפח הגוף כולו:

$$V_{TOTAL} = \pi \int_0^1 (x^6 - 2x^4 + 4x^3 + x^2 - 4x + 4)dx =$$

$$= \pi \left[ \frac{x^7}{7} - \frac{2x^5}{5} + x^4 + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x \right]_0^1 =$$

$$= \pi \left[ \frac{1}{7} - \frac{2}{5} + 1 + \frac{1}{3} - 2 + 4 - (0) \right] = \frac{323}{105} \pi$$

נפח הגליל הפנימי:

$$V_{INNER} = \pi R^2 H = \pi \cdot 1^2 \cdot 1 = \pi$$

$$V_{WANTED} = V_{TOTAL} - V_{INNER} = \frac{323}{105} \pi - \pi = \frac{218}{105} \pi$$

