נפילה חופשית בקו ישר

ראשית נגדיר מהי נפילה חופשית: **גוף אשר הכוח היחיד הפועל עליו הוא כוח הכובד, נמצא בנפילה חופשית.**
בשפה חופשית יותר, כל עוד גוף נע בריק "ללא מנוע", הוא בנפילה חופשית.
תאוצתו של גוף הנמצא בנפילה חופשית היא $\vec{g}$, וכיוונה תמיד כלפי מטה (ליתר דיוק, כלפי מרכז הכוכב שאליו נופל הגוף).
מהו גודלה של תאוצת הכובד $\vec{g}$? הדבר תלוי במסת הכוכב שבעטיו היא נוצרת, ובמרחק ממנו.
בקרבת כדה"א $g=10m/s^2$ בערך. חשוב לציין כי לכל הגופים אותה תאוצת כובד, ומשמעות הדבר היא שפיל וזבוב אשר מופלים בו זמנית מאותו הגובה, נופלים במקביל ומגיעים יחדיו לארץ. נשמע אולי מופרך, אך באין אוויר כך הוא.
בפרק זה נדון **רק** בנפילה חופשית **בקו ישר**, ז"א רק בשלושת המקרים שלהלן (כשהם מתרחשים בקרבת כדור הארץ):
א) הגוף נעזב "באוויר". ב) הגוף נזרק כלפי מעלה. ג) הגוף נזרק כלפי מטה.
ראשית נשכתב את משוואות הקינמאטיקה שהכרנו בפרק הקודם, כך שיתאימו למקרה הפרטי דנן. מאחר שמדובר כאן על תנועה אנכית, נכנה את המיקום y, את ההעתק Δy, ואת המהירות v_y. את התאוצה נכנה g כמובן.

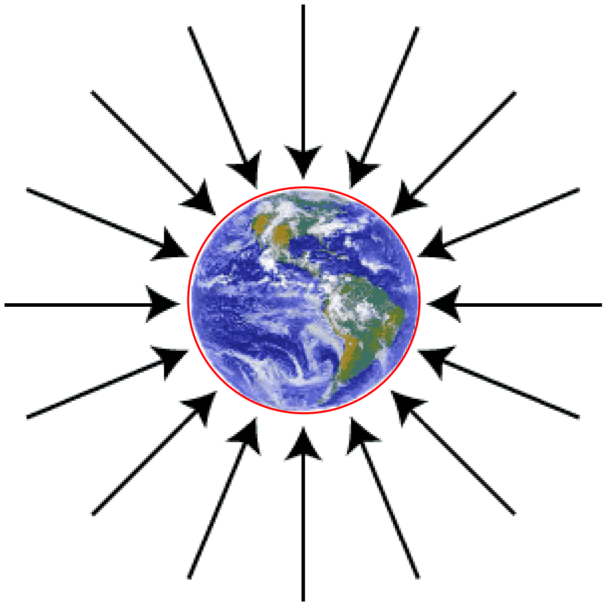
$$X_{(t)} = X_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \quad => \quad y_{(t)} = y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$\Delta X = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \quad => \quad \Delta y = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$v_{(t)} = v_0 + at \quad => \quad v_{y(t)} = v_{0y} + gt$$

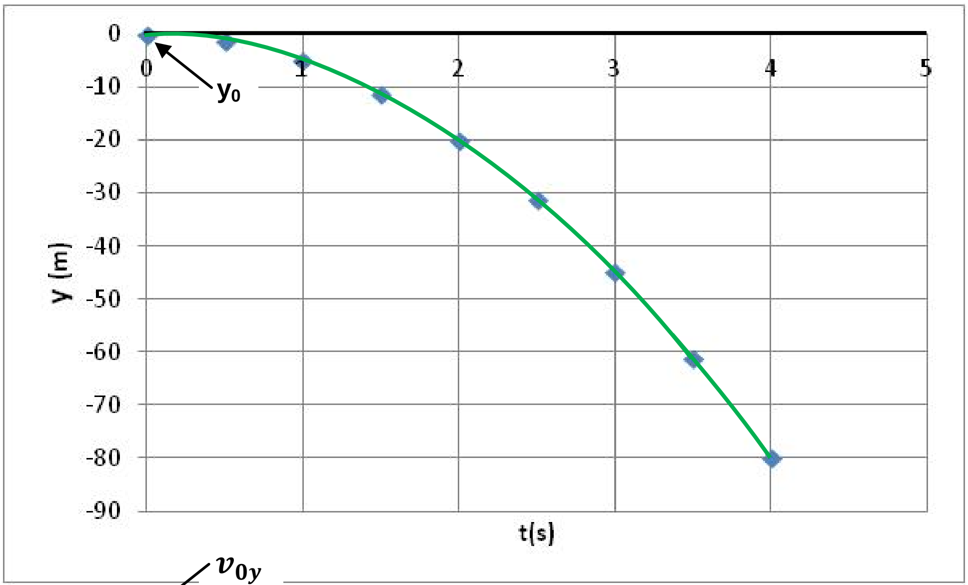
$${v^2}_{(\Delta X)} = {v_0}^2 + 2a \cdot \Delta X \quad => \quad {v^2}_{y(\Delta y)} = {v_{0y}}^2 + 2g \cdot \Delta y$$

החיצים שבציור מכוונים למרכז כדה"א ומייצגים את שדה הכבידה שהוא מייצר סביבו.
צפיפותם של החיצים מייצגת את עוצמת השדה, ומהציור קל להבין מדוע הוא מתחזק בהדרגה כשמתקרבים לארץ.
תאוצת הכובד (g) פרופורציונית לעוצמת שדה הכבידה, ולכן גדלה אף היא בהדרגה כשמתקרבים לכדה"א.
על פני כדה"א ערכה של תאוצת הכובד הוא $g=10m/s^2$ (בערך), ובמרחק של 100 ק"מ ממנו רק טיפה פחות מכך.
המעגל האדום מייצג **בפרופורציה** מרחק של 100 ק"מ.
מסיבה זו אנו מתייחסים לתאוצת הכובד כקבועה בגודלה, $g=10m/s^2$, כל עוד המרחק מפני כדה"א אינו רב.
תאוצת הכובד זהה לכל הגופים, כבדים כקלים.
כולם יגיעו לרצפה יחדיו, אם יופלו בו-זמנית מאותו הגובה.
לתגלית זו אחראי גלילאו, הפיזיקאי האיטלקי הדגול, אשר ב- 1589 הפיל ממגדל פיזה שני כדורים זהים בגודלם אך שונים במסתם. הכדורים הגיעו לארץ יחדיו.



בדפים הבאים נתאים את הגרפים המוצגים בפרק הקודם למקרה בו אנו דנים כעת, זה של תנועה אנכית בשדה כבידה.
אנו נשתף פעולה עם המוסכמה הרווחת **שמעלה הוא הכיוון החיובי** ומטה הוא הכיוון השלילי, ומאחר שכיוונה של תאוצת הכובד (g) הוא **תמיד כלפי מטה**, יהיה סימנה אצלנו שלילי. חשוב עם זאת להבין שזהו עניין שרירותי לגמרי ולכן יכולנו להחליט גם ההיפך, היינו, שמטה הוא הכיוון החיובי ומעלה השלילי. במקרה זה היה סימנה של תאוצת הכובד (g) חיובי.

תלותם בזמן של המיקום האנכי ($\vec{y}$) והמהירות האנכית ($\vec{v}_y$) של גוף אשר שוחרר ($v_{0y} = 0$) ממיקום אנכי y=0.



הקשר שבין המיקום לזמן הוא ריבועי (פרבולי):

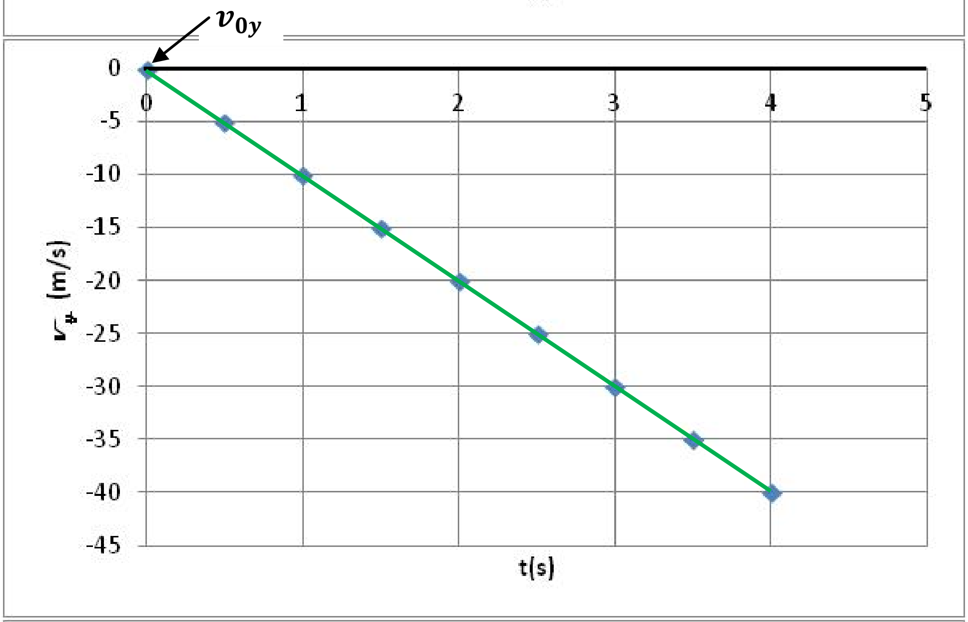
$$y_{(t)} = y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$\underbrace{y_{(t)} - y_0}_{\Delta y_{(t)}} = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2$$

בגרף שמשמאל:

$$y_{(t)} = \underset{0}{\cancel{y_0}} + \underset{0}{\cancel{v_{0y}}}t + \tfrac{1}{2}\underset{-10}{\cancel{g}}t^2$$

כך ש: $\boldsymbol{y_{(t)} = -5t^2\ (m)}$



הקשר שבין המהירות לזמן הוא ליניארי (קווי):

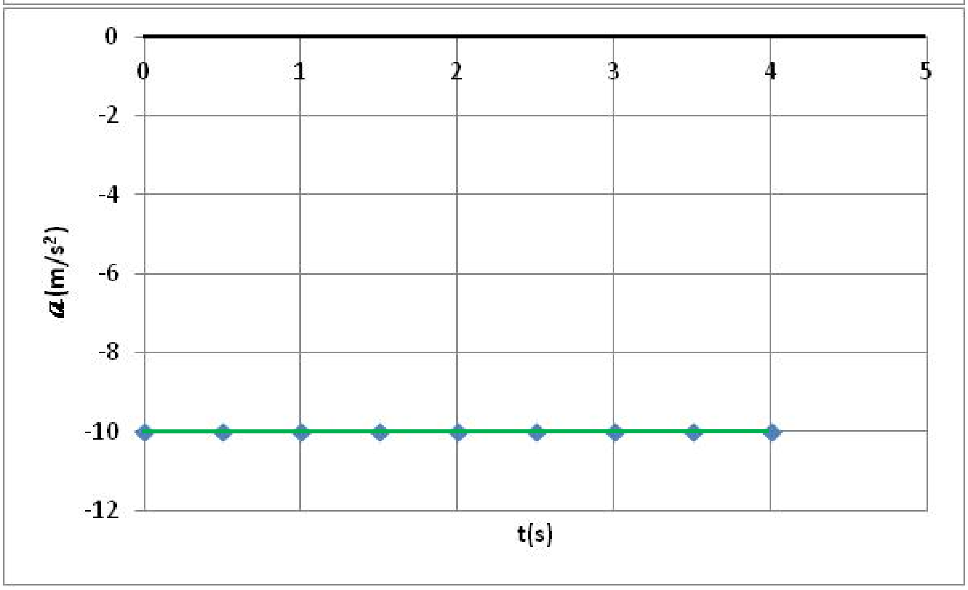
$$v_{y(t)} = v_{0y} + gt$$

$$\underbrace{v_{y(t)} - v_{0y}}_{\Delta v_{y(t)}} = gt$$

בגרף שמשמאל:

$$v_{y(t)} = \underset{0}{\cancel{v_{0y}}} + \underset{-10}{\cancel{g}}t$$

כך ש: $\boldsymbol{v_{y(t)} = -10t\ \left(\frac{m}{s}\right)}$



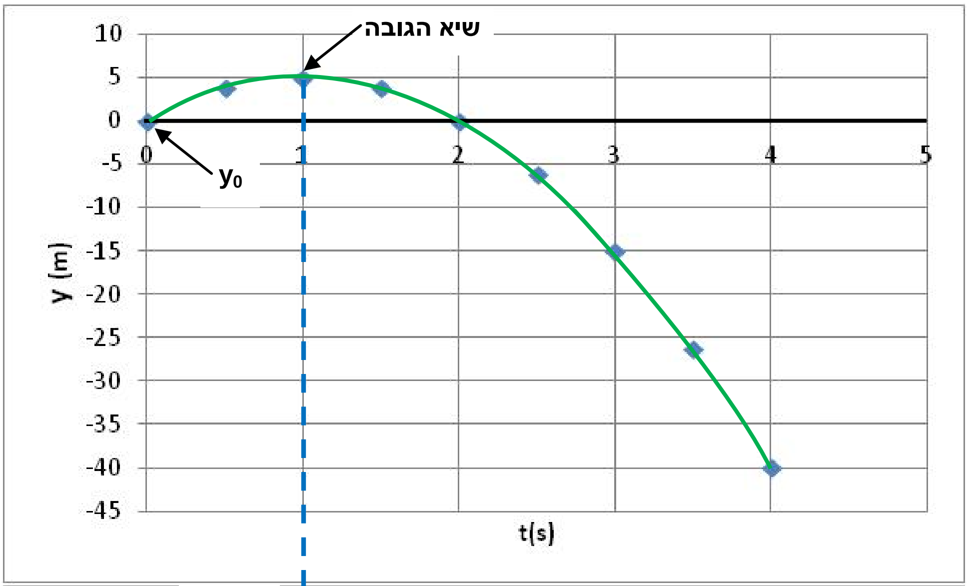
הקשר שבין התאוצה לזמן הוא ליניארי (קווי) אופקי:

$$a_{(t)} = g$$

בגרף שמשמאל:

$$\boldsymbol{a_{(t)} = -10\ \left(\frac{m}{s^2}\right)}$$

תלותם בזמן של המיקום האנכי ($\vec{y}$) והמהירות האנכית ($\vec{v}_y$) של גוף אשר **נזרק מעלה** ($v_{0y} > 0$) ממיקום אנכי y=0.



הקשר שבין המיקום לזמן הוא ריבועי (פרבולי):

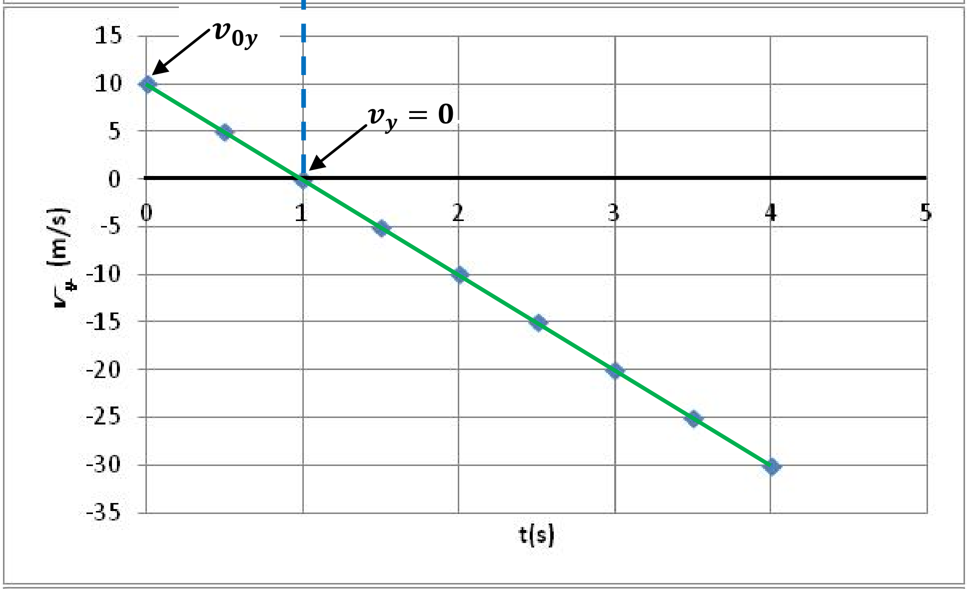
$$y_{(t)} = y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$\underbrace{y_{(t)} - y_0}_{\Delta y_{(t)}} = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2$$

בגרף שמשמאל:

$$y_{(t)} = \underset{0}{y_0} + \underset{10}{v_{0y}}t + \tfrac{1}{2}\underset{-10}{g}t^2$$

כך ש: $\boldsymbol{y_{(t)} = 10t - 5t^2\ (m)}$



הקשר שבין המהירות לזמן הוא ליניארי (קווי):

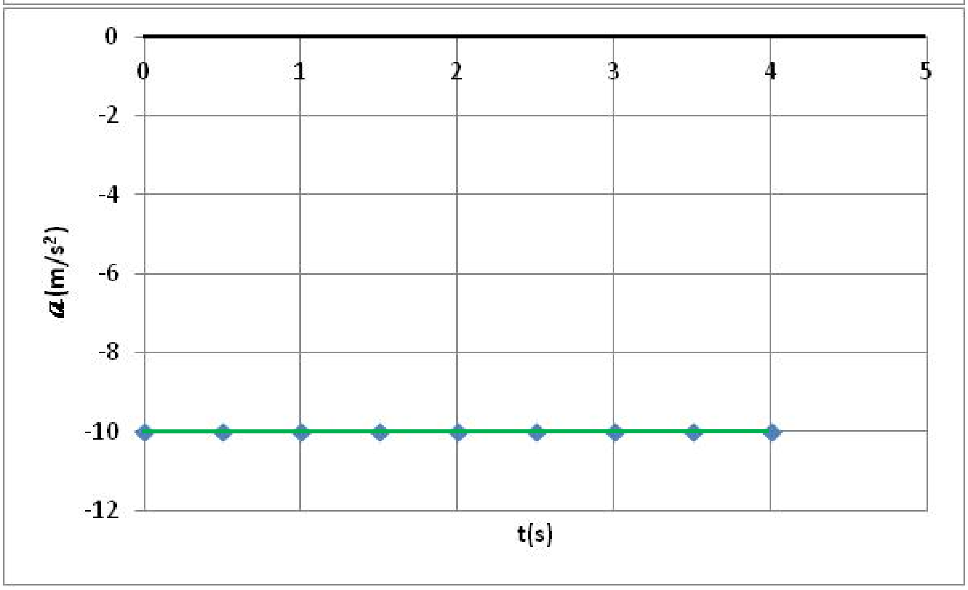
$$v_{y(t)} = v_{0y} + gt$$

$$\underbrace{v_{y(t)} - v_{0y}}_{\Delta v_{y(t)}} = gt$$

בגרף שמשמאל:

$$v_{y(t)} = \underset{10}{v_{0y}} + \underset{-10}{g}t$$

כך ש: $\boldsymbol{v_{y(t)} = 10 - 10t\ (\tfrac{m}{s})}$



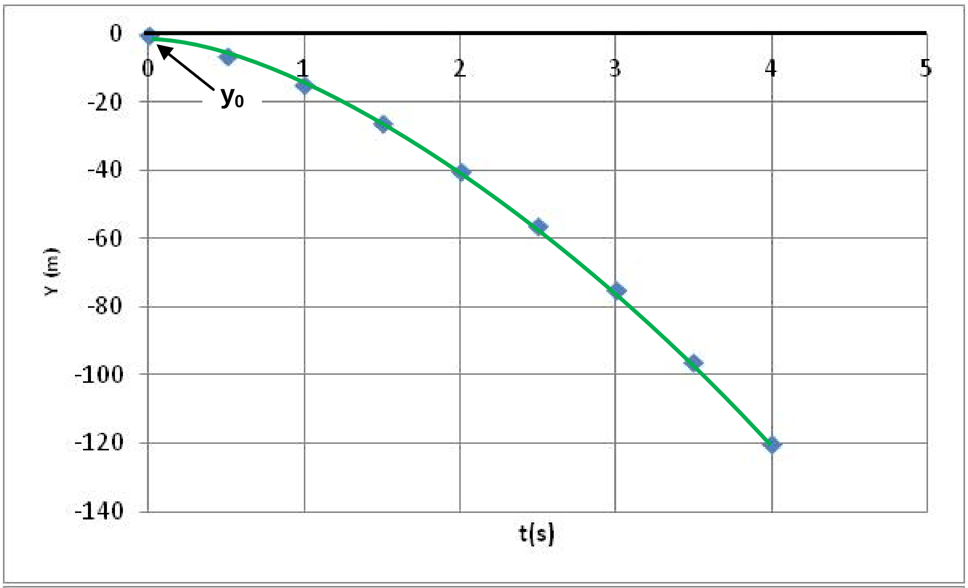
הקשר שבין התאוצה לזמן הוא ליניארי (קווי) אופקי:

$$a_{(t)} = g$$

בגרף שמשמאל:

$$\boldsymbol{a_{(t)} = -10\ (\tfrac{m}{s^2})}$$

תלותם בזמן של המיקום האנכי ($\vec{y}$) והמהירות האנכית ($\vec{v}_y$) של גוף אשר **נזרק מטה** ($v_{0y} < 0$) ממיקום אנכי y=0.



הקשר שבין המיקום לזמן הוא ריבועי (פרבולי):

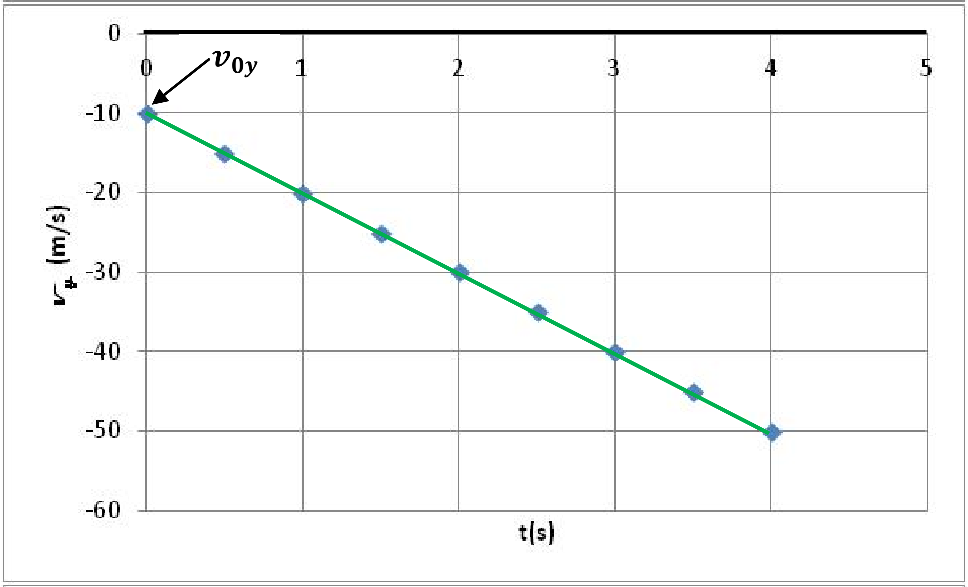
$$y_{(t)} = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\underbrace{y_{(t)} - y_0}_{\Delta y_{(t)}} = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

בגרף שמשמאל:

$$y_{(t)} = \underset{0}{y_0} + \underset{-10}{v_{0y}}t + \frac{1}{2}\underset{-10}{g}t^2$$

כך ש: $\boldsymbol{y_{(t)} = -10t - 5t^2\ (m)}$



הקשר שבין המהירות לזמן הוא ליניארי (קווי):

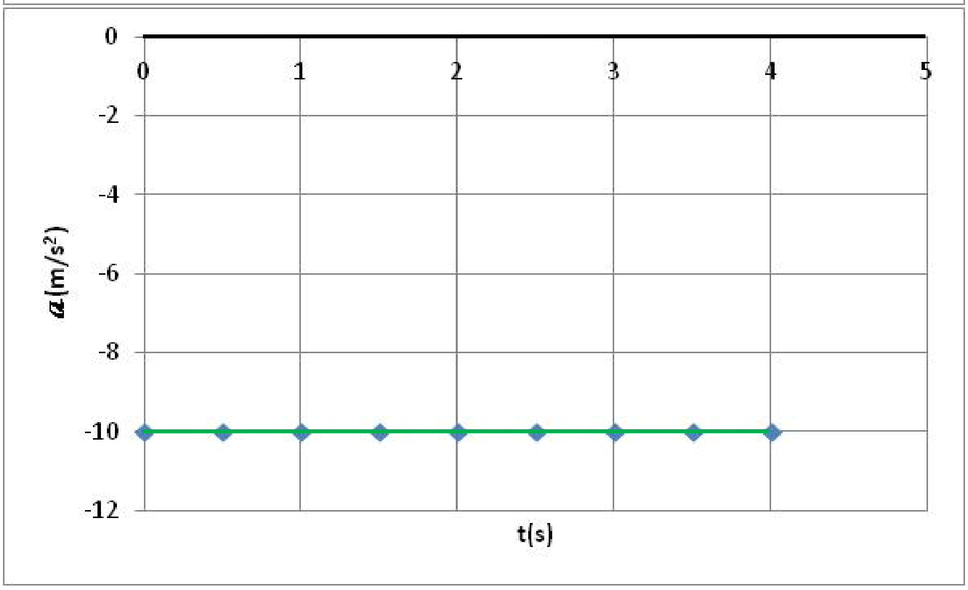
$$v_{y(t)} = v_{0y} + gt$$

$$\underbrace{v_{y(t)} - v_{0y}}_{\Delta v_{y(t)}} = gt$$

בגרף שמשמאל:

$$v_{y(t)} = \underset{-10}{v_{0y}} + \underset{-10}{g}t$$

כך ש: $\boldsymbol{v_{y(t)} = -10 - 10t\ \left(\frac{m}{s}\right)}$



הקשר שבין התאוצה לזמן הוא ליניארי (קווי) אופקי:

$$a_{(t)} = g$$

בגרף שמשמאל:

$$\boldsymbol{a_{(t)} = -10\ \left(\frac{m}{s^2}\right)}$$

נפתור כעת מספר תרגילים לשם המחשה:

1) גוף נזרק מעלה במהירות *80m/s*.
א) לאחר כמה זמן יהיה בגובה *30m* מעל נקודת הזריקה כשהוא בירידה?
ב) מה תהיה מהירותו כשיהיה בגובה של *50m* מעל נקודת הזריקה?

<u>פיתרון (א)</u>
ההעתק חיובי כי כיוונו מעלה. המהירות ההתחלתית חיובית כי כיוונה מעלה. תאוצת הכובד שלילית כי כיוונה מטה.
$$\Delta y_{(t)} = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2 \quad => \quad 30 = 80 \cdot t - 5t^2 \quad => \quad t^2 - 16 \cdot t + 6 = 0 \quad => \quad t_1 = 0.38s\,, t_2 = 15.62s$$
קיבלנו שני פתרונות, המוקדם יותר רלוונטי לשלב שבו הגוף נמצא בעליה ואילו המאוחר יותר רלוונטי לשלב שבו הגוף נמצא בירידה. הפיתרון המאוחר יותר הוא הפיתרון המבוקש.

<u>פיתרון ב)</u>
נשתמש בנוסחה ללא זמן.
$${v_y}^2 = {v_{0y}}^2 + 2g \cdot \Delta y \quad => \quad {v_y}^2 = 80^2 - 20 \cdot 50 \quad => \quad v_y = \pm 73.48\, m/s$$
קיבלנו שני פתרונות (זהים בגודלם), החיובי מייצג מהירות שכיוונה מעלה, והשלילי מייצג מהירות שכיוונה מטה.

2) כדור נזרק מטה במהירות התחלתית של *10m/s*. א) מה תהיה מהירותו לאחר 3 שניות? ב) היכן ימצא אז?

<u>פיתרון (א)</u>
המהירות ההתחלתית שלילית כי כיוונה מטה. תאוצת הכובד שלילית כי כיוונה מטה.
$$v_{y(t)} = v_{0y} + gt \quad => \quad v_{y(3)} = -10 - 10 \cdot 3 = -40m/s$$
התקבלה מהירות שלילית, ז"א כיוונה כלפי מטה.

<u>פיתרון (ב)</u>
$$\Delta y_{(t)} = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2 \quad => \quad \Delta y_{(3)} = -10 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = -75m$$
התקבל העתק שלילי, ז"א הכדור ימצא מתחת לנקודת הזריקה.

3) גוף נזרק מעלה במהירות *30m/s*.

א) היכן ימצא לאחר 2 שניות? $\Delta y_{(t)} = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2 \quad => \quad \Delta y_{(2)} = 30 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 40m$
לאחר 2 שניות הגוף ימצא 40 מטרים מעל נקודת זריקתו.

ב) מה תהיה מהירותו לאחר 3 שניות $v_{y(t)} = v_{0y} + gt \quad => \quad v_{y(3)} = 30 - 10 \cdot 3 = 0$
לאחר 3 שניות מהירות הגוף היא *0m/s*

ג) כמה זמן תימשך עלייתו? לאור הסעיף הקודם התשובה היא 3 שניות, מפני שאז הוא נעצר לרגע.

ד) מהו הגובה המרבי שאליו יגיע? $\Delta y_{(t)} = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2 \quad => \quad \Delta y_{(3)} = 30 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 45m$

ה) באיזו מהירות יחזור לנקודת הזריקה? *30m/s* כלפי מטה, מטעמי סימטריה.

ו) לאחר כמה זמן מרגע זריקתו יחזור לנקודת הזריקה? לאור סעיף (ג) התשובה היא 6 שניות, מטעמי סימטריה.

ז) לאחר כמה זמן יהיה *10m* מתחת לנקודת הזריקה? שימו לב, מדובר כאן בהעתק שלילי!
$$\Delta y_{(t)} = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2 \quad => \quad -10 = 30t - 5t^2 \quad => \quad 5t^2 - 30t - 10 = 0 \quad => \quad t = 6.32s$$
הפיתרון השני של המשוואה הריבועית הנ"ל יוצא שלילי. מדוע התקבל כאן רק פיתרון פיזיקאלי אחד? מפני שבכל גובה ש**מתחת לנקודת הזריקה**, הגוף נמצא פעם אחת ויחידה. לעומת זאת, בכל גובה שמעל לנקודת הזריקה הגוף נמצא פעמיים, פעם בדרכו מעלה ופעם בדרכו מטה, ולכן שני הפתרונות המתקבלים אז הם חיוביים, ז"א שניהם פיזיקאליים.