

זמן המחזור של מטוטלת קונית נתון ע"י $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$, L אורך החוט ו- g קבוע הכבידה.

מהו השינוי בזמן המחזור אם g קטן ב- 0.6% ו- L גדל ב- 2% ?

פיתרון:

ראשית נחשב במדויק :

$$T_{new} = 2\pi \sqrt{\frac{1.02L}{0.994g}} = \sqrt{\frac{1.02}{0.994}} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 1.012994 \cdot T_{old}$$

$$\Delta T = T_{new} - T_{old} = 1.012994 \cdot T_{old} - T_{old} = T_{old}(1.012994 - 1) = 0.012994 T_{old}$$

אם כך, זמן המחזור מתארך ב- 1.2994% \approx 1.3% .

כעת נחשב בקירוב, בעזרת הדיפרנציאל השלם :

$$T = 2\pi\sqrt{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{g}} \Rightarrow T_g = 2\pi\sqrt{L} \cdot \frac{-1}{g} \cdot \frac{1}{2\sqrt{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \cdot \left(\frac{-1}{2g}\right) = \frac{-1}{2g} \cdot T$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{L} \Rightarrow T_L = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{L}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \cdot \frac{1}{2L} = \frac{1}{2L} \cdot T$$

$$\Delta T = T_g \cdot \Delta g + T_L \cdot \Delta L = \frac{-1}{2g} \cdot T \cdot (-0.006g) + \frac{1}{2L} \cdot T \cdot 0.02L = 0.003T + 0.01T = 0.013T$$

יצא שזמן המחזור מתארך ב- 1.3% , סטייה ממש מינימאלית מהתוצאה המדויקת (הודות לשינויים הלא דרמטיים ב- g וב- L).