במפעל יש n מכונות תשמליות הממוקמות בקורדינטות (x_i,y_i)
כאשר: $i=1,2,..,n$, יש להכניס גנרטור למפעל שאמור לספק
כוח לכל אחת מהמכונות.
היכן יש למקום כך שסכום ריבועי מרחקו מכל אחת מהמכונות יהיה מינימלי?
תשובות:

יש לבחור תשובה אחת:

- a. $(\bar{y},\bar{x})$
- b. $(\overline{x+y},\overline{x+y})$
- c. $(\overline{xy},\overline{xy})$
- d. $(\bar{x},\bar{y})$

את מיקומו האופטימאלי של הגנרטור נסמן כ- (x,y).

$(x_i-x)^2+(y_i-y)^2$ הוא ריבוע מרחקה של המכונה ה- i מהגנרטור.

$\sum_{i=1}^{n}[(x_i-x)^2+(y_i-y)^2]$ הוא סכום ריבועי מרחקיהן מהגנרטור של n מכונות.

גזירת סכום הריבועים, פעם לפי x ופעם לפי y, והשוואה ל- 0, תניב את מיקום הגנרטור (x,y) אשר ממנו סכום ריבועי מרחקיהן של המכונות הוא מינימאלי.

$$\sum_{i=1}^{n} d^2 = \sum_{i=1}^{n}[(x_i-x)^2+(y_i-y)^2] = \sum_{i=1}^{n}[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2] \rightarrow min$$

$$\frac{d}{dx}\sum_{i=1}^{n}[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2] = 2\sum_{i=1}^{n}(x-x_i) = 2\left[nx-\sum_{i=1}^{n}x_i\right]=0$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x-x_i) = x-x_1+x-x_2+x-x_3+\cdots+x-x_{n-1}+x-x_n$$

$$\frac{d}{dy}\sum_{i=1}^{n}[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2] = 2\sum_{i=1}^{n}(y-y_i) = 2\left[ny-\sum_{i=1}^{n}y_i\right]=0$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y-y_i) = y-y_1+y-y_2+y-y_3+\cdots+y-y_{n-1}+y-y_n$$

$$nx-\sum_{i=1}^{n}x_i = 0 \quad => \quad nx=\sum_{i=1}^{n}x_i \quad => \quad x=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\bar{x_\imath}$$

$$ny-\sum_{i=1}^{n}y_i = 0 \quad => \quad ny=\sum_{i=1}^{n}y_i \quad => \quad y=\frac{\sum_{i=1}^{n}y_i}{n}=\bar{y_\imath}$$

אם כך, מיקומו האופטימאלי של הגנרטור הינו הממוצע של מיקומי המכונות, $(\bar{x_i},\bar{y_i})$, או בשפה חופשית – באמצע.