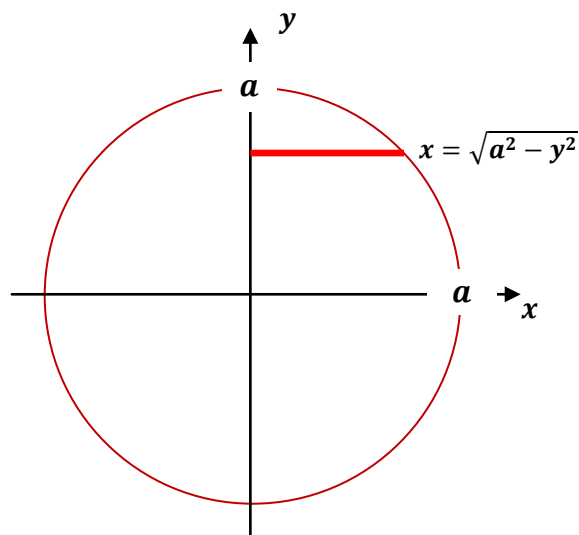
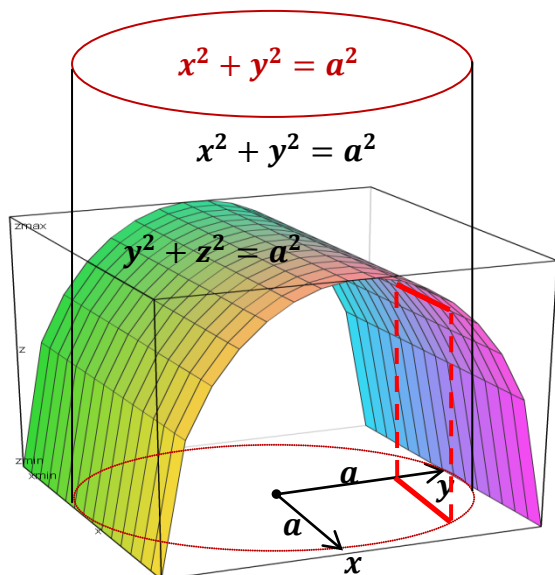


חשב את הנפח הכלוא בין הגלילים $x^2 + y^2 = a^2$ ו- $y^2 + z^2 = a^2$.

מצויר רק החלק שמעל מישור xy ,
 ז"א רק חצי מהנפח המדובר.
 מתוכו נחשב את הנפח שמעל
 רביע I, ולבסוף נכפול בשמונה.

כדאי לבנות "קירות" מקבילים לציר ה- x ,
 כי אז צלעו העליונה של כל "קיר" מקבילה
 לתחתונה (זו שמצוירת באדום).
 האינטגרציה אז פשוטה יותר.



$$y^2 + z^2 = a^2 \Rightarrow f(x,y) = z = \sqrt{a^2 - y^2} \leftarrow \text{the roof}$$

$$\begin{aligned} \iint_R f(x,y) dA &= \int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2 - y^2}} \sqrt{a^2 - y^2} dx dy = \int_0^a \left[x\sqrt{a^2 - y^2} \Big|_0^{\sqrt{a^2 - y^2}} dy \right. \\ &= \int_0^a \left[\sqrt{a^2 - y^2} \sqrt{a^2 - y^2} dy \right. = \int_0^a (a^2 - y^2) dy = \left[a^2 y - \frac{y^3}{3} \Big|_0^a \right. = a^3 - \frac{a^3}{3} = \frac{2}{3} a^3 \end{aligned}$$

$$8 \iint_R f(x,y) dA = 8 \cdot \frac{2}{3} a^3 = \frac{16}{3} a^3 \text{ Cubic Units}$$