

הטמפרטורה בנקודה (x, y, z) בחדר נתונה ע"י הביטוי

$$T(x, y, z) = e^{xyz+y^2}$$

זבוב נמצא על פני השולחן $z = 3$ בנקודה $(1, 1, 3)$.

באיזה כיוון עליו לנוע אם ברצונו לחוש שינוי מקסימלי בטמפרטורה?

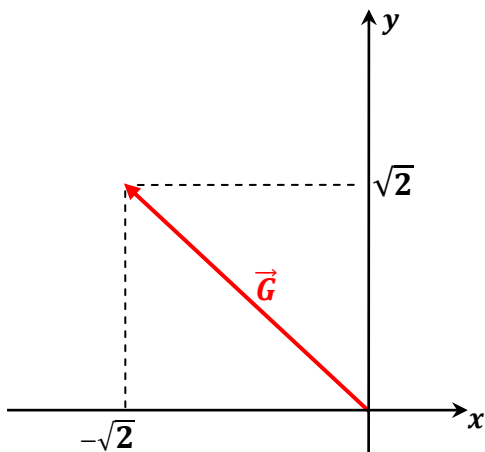
תשובה:

(, ,)

הגרדיינט מצביע על הכיוון שבו הטמפרטורה משתנה בקצב מרבי, לכן נמצא אותו ונציב את ערכי הנקודה :

$$\vec{\nabla} T_{(x,y,z)} = yze^{xyz+y^2}\hat{x} + (xz + 2y)e^{xyz+y^2}\hat{y} + xye^{xyz+y^2}\hat{z}$$

$$\vec{\nabla} T_{(1,1,3)} = 3e^4\hat{x} + 5e^4\hat{y} + e^4\hat{z}$$



מצא את הגרדיאנט (גודל וכיוון) של $f(x, y) = \frac{e^{-x}}{\cos y}$

בנקודה $p(0, \frac{\pi}{4})$

תשובות:

(יחידות של f / מטר צעד) בכיוון

מעלות ביחס

לכיוון החיובי של ציר ה-x.

$$\vec{\nabla} f_{(x,y)} = -\frac{e^{-x}}{\cos y}\hat{x} + \frac{\sin y \cdot e^{-x}}{\cos^2 y}\hat{y} \Rightarrow \vec{\nabla} f_{(0, \frac{\pi}{4})} = -\frac{e^0}{\cos \frac{\pi}{4}}\hat{x} + \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cdot e^0}{\cos^2 \frac{\pi}{4}}\hat{y} \Rightarrow$$

$$\vec{\nabla} f_{(0, \frac{\pi}{4})} = -\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\hat{x} + \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1}{\frac{1}{2}}\hat{y} \Rightarrow \vec{\nabla} f_{(0, \frac{\pi}{4})} = -\sqrt{2}\hat{x} + \sqrt{2}\hat{y}$$

$$|\vec{\nabla} f_{(0, \frac{\pi}{4})}| = \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + \sqrt{2}^2} = 2, \quad \tan \alpha = \sqrt{2}/-\sqrt{2} \Rightarrow \alpha = 135^\circ$$