מצא את משוואת המישור המשיק לגרף הפונקציה $z(x,y)=\sin(xy)$ בנקודה $(x,y)=\left(\frac{\pi}{3},-1\right)$.

תשובה:

3 x - 3.14 y + 6 z = 1.08

המישור המשיק למשטח $z=f_{(x,y)}$ של פונקציה גזירה f בנקודה $P_0(x_0\,,\,y_0\,,\,z_0)=\left(x_0\,,\,y_0\,,f_{(x_0,y_0)}\right)$ הינו :

$$f_{x(x_0,y_0)}(x-x_0)+f_{y(x_0,y_0)}(y-y_0)-(z-z_0)=0$$

פיתרון:

נקודת ההשקה למשטח הפונקציה היא: $P_0(x_0\,,\,y_0\,,\,z_0)=\left(\frac{\pi}{3}\,,-1\,,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

נחשב את הנגזרות החלקיות של $f_{(x,y)}=sin(xy)$ בנקודת ההשקה:

$$f_x = y\cdot cos\,(xy) \quad => \quad f_{x(\frac{\pi}{3},-1)} = -cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$f_y = x\cdot cos\,(xy) \quad => \quad f_{y(\frac{\pi}{3},-1)} = \frac{\pi}{3}cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{6}$$

המישור המשיק הוא לכן

$$-\frac{1}{2}\cdot\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{6}\cdot(y+1)-\left(z+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0 \quad => \quad -\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}y-z=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{3} \quad /\cdot(-6) \quad =>$$

$$=> \quad 3x-\pi y+6z = 2\pi-3\sqrt{3}$$

מצא את הנקודה $p(x,y,z)$ על פני $z=x^2+2xy+2y^2-6x+8y$, שבה המישור המשיק אופקי (מקביל למישור ה-xy).

תשובה:

(10 , -7 , -58)

אנו מחפשים בעצם נקודה שבה הנגזרות החלקיות של הפונקציה $z_{(x,y)}$ מתאפסות:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f}{\partial x}=2x+2y-6=0\\[2mm] \dfrac{\partial f}{\partial y}=2x+4y+8=0\end{cases} \quad => \quad \begin{cases}x+y=3\\ x+2y=-4\end{cases} \quad => \quad y=-7 \quad , \quad x=10$$

$$z_{(10,-7)} = 100-140+98-60-56 = -58$$