

הוכח כי הפונקציה $W = f(u)$, כאשר $u = a(x + ct)$ (כאשר a, c קבועים), מקיימת את המשוואה הדיפרנציאלית $\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)$. מה קיבלת בא"ש (אגף שמאל) ובא"י (אגף ימין)?

יש לבחור תשובה אחת:

- a. בא"ש: $c^2 \frac{d^2 W}{du^2}$. בא"י: $c^2 \left(\frac{d^2 W}{du^2} \right)$
- b. בא"ש: $a^2 c^2 \frac{d^2 W}{du^2}$. בא"י: $c^2 \left(a^2 \frac{d^2 W}{du^2} \right)$
- c. בא"ש: $a^2 \frac{d^2 W}{du^2}$. בא"י: $c^2 \left(\frac{a^2 d^2 W}{c^2 du^2} \right)$
- d. בא"ש: $\frac{d^2 W}{du^2}$. בא"י: $c^2 \left(\frac{1}{c^2} \frac{d^2 W}{du^2} \right)$

נפתח ראשית את אגף שמאל של המשוואה הדיפרנציאלית, ז"א נגזור פעמיים את W לפי t :

$$W = f(u) \quad , \quad u = a(x + ct) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial t} = ac$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{df(u)}{du} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = f_u \cdot ac$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} (f_u \cdot ac) = ac \cdot \frac{\partial f_u}{\partial t} = ac \cdot \frac{df_u}{du} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = ac \cdot f_{uu} \cdot ac = a^2 c^2 \cdot f_{uu}$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = a^2 c^2 \cdot f_{uu} = a^2 c^2 \cdot \frac{d^2 f}{du^2} = a^2 c^2 \cdot \frac{d^2 W}{du^2} \quad \text{Left Hand Side}$$

כעת נפתח את אגף ימין של המשוואה הדיפרנציאלית, ז"א נגזור פעמיים את W לפי x ואז נכפול ב- c^2 :

$$W = f(u) \quad , \quad u = a(x + ct) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial x} = a$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{df}{du} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = f_u \cdot a$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} (f_u \cdot a) = a \cdot \frac{\partial f_u}{\partial x} = a \cdot \frac{df_u}{du} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = a \cdot f_{uu} \cdot a = a^2 \cdot f_{uu}$$

$$c^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) = c^2 \cdot (a^2 \cdot f_{uu}) = c^2 \cdot \left(a^2 \cdot \frac{d^2 f}{du^2} \right) = c^2 \cdot \left(a^2 \cdot \frac{d^2 W}{du^2} \right) \quad \text{Right Hand Side}$$