

הנפח (סמ"ק) של 1 מול של גז אידיאלי נתון ע"י  $V = \frac{82.06T}{P}$  כאשר  $P$  הוא הלחץ של הגז באטמוספירות ו  $T$  היא הטמפרטורה של הגז במעלות קלווין.

מהו קצב שינוי הנפח של 1 מול של גז אידיאלי כתלות בטמפרטורה כאשר  $T = temp(^{\circ}K)$   $P = pressure(at)$  ?

כאשר:

temp=273

pressure=5.9

נפח הגז תלוי הן בלחץ והן בטמפרטורה שבהם הוא שרוי. אנו נשאלים כיצד מושפע נפח הגז משינוי הטמפרטורה שלו בלבד.

$$V_{(P,T)} = \frac{82.06}{P} T \Rightarrow \frac{d}{dT} V_{(P,T)} = \frac{82.06}{P} \Rightarrow \frac{d}{dT} V_{(5.9, 273)} = \frac{82.06}{5.9} = 13.91 \text{ cm}^3 / ^{\circ}K$$

ובכן, הגבהת טמפרטורת הגז במעלה (קלווין) אחת, גורמת להגדלת נפחו ב- 13.91 סמ"ק.

מעניין לבדוק כיצד מושפע נפח הגז משינוי הלחץ שלו בלבד.

$$V_{(P,T)} = 82.06T \frac{1}{P} \Rightarrow \frac{d}{dP} V_{(P,T)} = 82.06T \frac{-1}{P^2} \Rightarrow \frac{d}{dP} V_{(5.9, 273)} = 82.06 \cdot 273 \frac{-1}{5.9^2} = -643.56 \text{ cm}^3 / at$$

הגדלת הלחץ (הדחיסות) באטמוספירה אחת, גורמת להקטנת נפח הגז ב- 643.56 סמ"ק.

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2-x^3y^3}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ a & (x,y) = (0,0) \end{cases} \text{ נתון:}$$

מהו a כך שהפונקציה תהיה רציפה?

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - x^3y^3}{x^2 + y^2} & , \quad (x,y) \neq (0,0) \\ a & , \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

נבחר מסלול כלשהו אשר עובר בנקודה  $(x,y) = (0,0)$ , למשל  $y = 0$  (ז"א המסלול הוא ציר x):

$$f(x,0) = \begin{cases} \frac{x^2 + 0^2 - x^3 \cdot 0^3}{x^2 + 0^2} & , \quad x \neq 0 \\ a & , \quad x = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x,0) = \begin{cases} 1 & , \quad x \neq 0 \\ a & , \quad x = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2 - x^3y^3}{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - x^3y^3}{x^2 + y^2} & , \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & , \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

במשטח הפונקציה ישנו "חור" בנקודה  $(x,y,z) = (0,0,1)$ . כדי "לסתום את החור", על  $a$  להיות שווה ל- 1. הערה: הנחנו שהגבול קיים, ואם כך אין זה משנה מאיזה כיוון (ז"א באיזה מסלול) מתקרבים לציר z.