



1. מצא את תחום ההגדרה וקווי הרמה של : $f(x,y) = \arcsin(y - x)$

פיתרון :

תחום ההגדרה

הארגומנט של $\arcsin(\quad)$ אינו יכול להיות גדול מ-1 בערכו המוחלט, ז"א

קווי הרמה

$$f(x,y) = \arcsin(y - x) = C \Rightarrow y - x = \sin C \Rightarrow y = x + \sin C$$

קווי הרמה הם ישרים ששיפועם 1, החותכים את ציר Y ב- $\sin C$ (כמה מהם משורטטים באיור, הקיצוניים **בירוק**).

2. חשב את הגבול $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sqrt{2x-y}-2}{2x-y-4}$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sqrt{2x-y}-2}{2x-y-4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t-2}{t^2-4} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t-2}{(t-2)(t+2)} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{1}{t+2} = \frac{1}{4}$$

3. חשב את הגבול $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2}$

$$\begin{aligned} \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \lim_{(r,\theta) \rightarrow (0,\theta)} \frac{r \cdot \cos\theta (r^2 \cos^2\theta - r^2 \sin^2\theta)}{r^2} = \lim_{(r,\theta) \rightarrow (0,\theta)} \frac{r^3 \cos\theta (\cos^2\theta - \sin^2\theta)}{r^2} = \\ &= \lim_{(r,\theta) \rightarrow (0,\theta)} r \cdot \cos\theta \cdot \cos 2\theta = 0 \end{aligned}$$

מהי המשמעות של הגבול שהתבקשנו לחשב?

תשובה:

במשטח הפונקציה יש "חור" בנקודה $(0,0,0)$.
אם נחליט להגדירה כדלקמן (חשיבות **לשורה הכחולה**):

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

היא תהיה רציפה **בכל** תחום ההגדרה שלה (מישור xy כולו),
לרבות בנקודה $(0,0,0)$ (ראשית הצירים).

