

$$? \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n} \quad \text{מהו תחום ההתכנסות של הטור}$$

מטופש היה לעשות כאן הזזת אינדקס ולקבל $a_0 = 0$, אז נחזיר את האינדקס לפורמט הסטנדרטי:

$$\sum \frac{n(x+3)^n}{5^n} = \frac{1}{5}(x+3) + \frac{2}{25}(x+3)^2 + \frac{3}{125}(x+3)^3 + \dots + \frac{n}{5^n}(x+3)^n + \dots$$

כדי שהטור יתכנס, על אבריו להתכנס לאפס ולעשות זאת "מספיק מהר" (החל ממוקם **כלשהו** והלאה).

אילו ערכי x מביאים להתכנסות מהירה מספיק לאפס של אברי הטור?

לו היה זה טור הנדסי, הייתה מנתו **הקבועה** מאפשרת לנו לגלות זאת בקלות יחסית, אך אין זה טור הנדסי.

נשתמש במבחן המנה. מבחן זה תקף רק לטורים אשר אבריהם חיוביים (החל ממוקם כלשהו והלאה).

ראשית נקבל ביטוי למנת הטור המוחלט - טור אשר איבריו **חיוביים** ואשר מהווה גג לטור הנתון:

$$q^* = \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \left| \frac{(n+1)(x+3)^{n+1}}{5^{n+1}} \cdot \frac{5^n}{n(x+3)^n} \right| = \left| \frac{n+1}{5n} \cdot (x+3) \right|$$

"ממוקם **כלשהו** והלאה", אז נתקדם לעומק הטור המוחלט ונבחין כי $q_{n \rightarrow \infty}^* = \left| \frac{1}{5} \cdot (x+3) \right|$

אילו ערכים של x גורמים ל- $q_{n \rightarrow \infty}^*$ להיות קטן מ- 1?

$$\left| \frac{1}{5} \cdot (x+3) \right| < 1 \quad \Rightarrow \quad -1 < \frac{1}{5} \cdot (x+3) < 1 \quad \Rightarrow \quad -5 < x+3 < 5 \quad \Rightarrow \quad -8 < x < 2$$

בתחום זה של ערכי x מתכנס הטור המוחלט (טור הגג), כך שלבטח מתכנס בו גם הטור המקורי (הטור הנתון).

בז'רגון המתמטיקאים: בתחום זה של ערכי x מתכנס הטור הנתון **באופן מוחלט**.

ומה עם קצוות התחום? האם מתכנס הטור הנתון בערכי x שלהם? והטור המוחלט?

בז'רגון המתמטיקאים: בערכי ה- x של קצוות התחום, האם הטור הנתון מתכנס, ואם כן, האם בתנאי או בהחלט?

$$x = -8 \quad \Rightarrow \quad \sum \frac{n(-8+3)^n}{5^n} = \sum \frac{n(-5)^n}{5^n} = \sum (-1)^n \cdot n = -1 + 2 - 3 + \dots + (-1)^n \cdot n + \dots$$

אנו רואים שהטור הנתון מתבדר כאשר $x = -8$ - איבריו אינם שואפים לאפס.

$$x = 2 \quad \Rightarrow \quad \sum \frac{n(2+3)^n}{5^n} = \sum \frac{n(5)^n}{5^n} = \sum n = 1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots$$

גם כאשר $x = 2$ איבריו של הטור הנתון אינם שואפים לאפס ואם כך הוא מתבדר.

לסיכום: תחום ההתכנסות של הטור הנתון הוא $-8 < x < 2$ והוא מתכנס בו **באופן מוחלט**.