רשום את שני האיברים הראשונים, השונים מאפס, של טור מקלורן עבור הפונקציה הנתונה :

טור מקלורן של f הינו למעשה טור טיילור של f בנקודה $x = 0$:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \cdot x^k = f(0) + f'(0) \cdot x + \frac{f''(0)}{2!} \cdot x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \cdot x^n + \cdots$$

1) $y = ln\dfrac{1+x}{1-x}$

פיתרון :

$$y = ln\frac{1+x}{1-x} \quad => \quad y_{(0)} = 0$$

$$y' = \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{1-x+1+x}{(1-x)^2} = \frac{2}{1-x^2} \quad => \quad y'_{(0)} = 2$$

$$y'' = \frac{-2}{(1-x^2)^2} \cdot (-2x) = 4 \cdot \frac{x}{(1-x^2)^2} \quad => \quad y''_{(0)} = 0$$

$$y''' = 4 \cdot \frac{(1-x^2)^2 - 2x(1-x^2)(-2x)}{(1-x^2)^4} = 4 \cdot \frac{(1-x^2)^2 + 4x^2(1-x^2)}{(1-x^2)^4} =$$

$$= 4 \cdot \frac{(1-x^2) + 4x^2}{(1-x^2)^3} = 4 \cdot \frac{3x^2+1}{(1-x^2)^3} \quad => \quad y'''_{(0)} = 4$$

$$ln\frac{1+x}{1-x} \approx f_{(0)} + f'_{(0)} \cdot x + \frac{f''_{(0)}}{2!} \cdot x^2 + \frac{f'''_{(0)}}{3!} \cdot x^3 = 0 + 2x + 0 + \frac{4}{3!} \cdot x^3 = 2x + \frac{2}{3}x^3$$

2) $y = \dfrac{1}{cos\,x}$

פיתרון :

$$y = \frac{1}{cos\,x} \quad => \quad y_{(0)} = 1$$

$$y' = \frac{-1}{cos^2x} \cdot (-sinx) = \frac{sinx}{cos^2x} = \frac{tgx}{cosx} \quad => \quad y'_{(0)} = 0$$

$$y'' = \left(\frac{1}{cos^2x} cosx + sinx \cdot tgx\right) : cos^2x = \frac{1}{cos^3x} + sin^2x \cdot cosx \quad => \quad y''_{(0)} = 1$$

$$\frac{1}{cos\,x} \approx f_{(0)} + f'_{(0)} \cdot x + \frac{f''_{(0)}}{2!} \cdot x^2 = 1 + 0 + \frac{1}{2!} \cdot x^2 = 1 + \frac{1}{2}x^2$$