מהו גבול הסדרה $\left\{\frac{1+(-1)^n\sqrt{n}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n}\right\}$?

תשובה:

כאשר $n \to \infty$ ה- "1" שבמונה הופך זניח והאיבר הכללי יכול להיכתב כך:

$$a_{\mathrm{n}} = (-1)^n \cdot \frac{\sqrt{n}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n} \quad => \quad |a_{\mathrm{n}}| = \frac{\sqrt{n}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n}$$

$$\lim_{n\to\infty}|a_{\mathrm{n}}| = \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \ Lopital = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2\sqrt{n}}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot ln\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{1}{2ln\left(\frac{3}{2}\right)} \cdot \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot \sqrt{n}} = 0$$

הטור ההרמוני הוא $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, הטור של "זנו" הוא $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$.

ניתן לומר כי:

יש לבחור תשובה אחת:

- (x) **a. הטור ההרמוני מתבדר בעוד הטור של "זנו" מתכנס למרות שאיברי הסדרה, בשני המקרים, מתכנסים ל 0.**
- ( ) **b. שני הטורים מתבדרים.**
- ( ) **c. הטורים מתכנסים כי איברי הסדרה , בשני המקרים, מתכנסים ל 0.**
- ( ) **d. הטור ההרמוני מתכנס בעוד הטור של "זנו" מתבדר ללא קשר לאיברי הסדרה, בשני המקרים, המתכנסים ל 0.**

$$\sum\frac{1}{2^n} = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n+\cdots$$

הטור של זנו הינו טור הנדסי מתכנס ($|q| < 1$). הטור ההרמוני מתבדר כידוע. תשובה $\boldsymbol{a}$.