

• מהו גבול הסדרה $\left\{ \frac{2n^2 - n - 1}{5n^2 + n - 3} \right\}$?

פיתרון :

אנו נשאלים בעצם לאיזה ערך שואפים איברי הסדרה ככל שמיקומם בה גדול יותר ($n \rightarrow \infty$) :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n - 1}{5n^2 + n - 3} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 1/n - 1/n^2}{5 + 1/n - 3/n^2} = \frac{2}{5}$$

• מהו גבול הסדרה $\{ \sqrt{n^2 + 2n} - n \}$?

פיתרון :

שוב, אנו נשאלים לאיזה ערך שואף איברה הכללי של הסדרה כאשר מיקומו בה גדל ($n \rightarrow \infty$) :

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 2n} - n &= [\infty - \infty] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2n} - n}{1} \cdot \frac{\sqrt{n^2 + 2n} + n}{\sqrt{n^2 + 2n} + n} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 + 2n} - n)(\sqrt{n^2 + 2n} + n)}{\sqrt{n^2 + 2n} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - n^2}{\sqrt{n^2 + 2n} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2 + 2n} + n} = \\ &= 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2(1 + 2/n)} + n} = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n\sqrt{(1 + 2/n)} + n} = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{(1 + 2/n)} + 1} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \end{aligned}$$

• מהו גבול הסדרה $\left\{ n \cdot \arctg\left(\frac{1}{n}\right) \right\}$?

פיתרון :

שוב, אנו נשאלים לאיזה ערך שואף איברה הכללי של הסדרה כאשר מיקומו בה גדל ($n \rightarrow \infty$) :

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \arctg\left(\frac{1}{n}\right) &= [\infty \cdot 0] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctg\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}} = \left[\frac{0}{0} \right] \rightarrow \text{Lopital} \rightarrow \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{(1/n)^2 + 1} \cdot \left(\frac{-1}{n^2}\right)}{\frac{-1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(1/n)^2 + 1} = 1 \end{aligned}$$

• האם הסדרה $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right\}$ מתכנסת ?

פיתרון :

אנו נשאלים למעשה אם איברה הכללי של הסדרה שואף לערך מסוים כאשר מיקומו בה גדל ($n \rightarrow \infty$) :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

כן, הסדרה מתכנסת. הערך שאליה היא מתכנסת הוא e .