

התפרסמה מודעה בעיתון כי חברה מסויימת מנפיקה אגרת חוב (אג"ח) הנושאת ריבית שנתית של 8%.
 מי שיקנה את האג"ח צפוי לקבל מהחברה \$1000 בתום כל שנה החל מיום הקנייה ולמשך כל חייו.
 מהו מחיר האג"ח (בדולרים)?

תשובה:

פיתרון:

קנית האג"ח משמעה:

תשלום 1 אשר יתפח תוך שנה ל- 1000 דולר, ז"א לשלם היום $\frac{1000}{1.08}$ דולר.

תשלום 2 אשר יתפח תוך שנתיים ל- 1000 דולר, ז"א לשלם היום $\frac{1000}{1.08^2}$ דולר.

תשלום 3 אשר יתפח תוך שלוש שנים ל- 1000 דולר, ז"א לשלם היום $\frac{1000}{1.08^3}$ דולר.

·
·
·

תשלום n אשר יתפח תוך n שנים ל- 1000 דולר, ז"א לשלם היום $\frac{1000}{1.08^n}$ דולר.

התשלומים מהווים סדרה הנדסית כך שסכומם המצטבר מהווה טור הנדסי:

$$s_n = 1000 \left(\frac{1}{1.08} + \frac{1}{1.08^2} + \frac{1}{1.08^3} + \dots + \frac{1}{1.08^n} \right) = 1000 \cdot \sum_1^n \frac{1}{1.08^n}$$

בטור ההנדסי שבסוגריים ישנם n איברים, הראשון הוא $a_1 = \frac{1}{1.08}$ והמנה היא $q = \frac{1}{1.08}$.

הנוסחה לטור הנדסי היא $s_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$, ולפיכך:

$$1000 \cdot \sum_1^n \frac{1}{1.08^n} = 1000 \cdot \frac{\frac{1}{1.08} \left(\left(\frac{1}{1.08} \right)^n - 1 \right)}{\frac{1}{1.08} - 1} = 12500 \left(1 - \left(\frac{25}{27} \right)^n \right)$$

נציב ב- n את שנות החיים שנותרו (ע"פ תוחלת החיים במדינה) ונקבל את מחיר האג"ח היום (בדולרים).

נשאר מקום בדף, אז סתם עוד טור בלי קשר לשאלה שלעיל:

$$\sum \frac{1+2^{n+1}}{3^n} = \sum \frac{1}{3^n} + \sum \frac{2^{n+1}}{3^n} = \sum \left(\frac{1}{3} \right)^n + 2 \cdot \sum \left(\frac{2}{3} \right)^n = \frac{1/3}{1-1/3} + 2 \cdot \frac{2/3}{1-2/3} = \frac{1}{2} + 4 = 4.5$$