



חשב את הנפח אשר מתקבל מסיבוב העקום $y = e^{-x^2}$, $0 \leq x$, סביב ציר ה-Y.

פיתרון:

בשיטת הקליפות הגליליות: שטח המעטפת של קליפה גלילית הוא

$$A_{(x)} = 2\pi r \cdot h = 2\pi x \cdot y = 2\pi x \cdot e^{-x^2}$$

נפח ה"חומר" שבקליפה הגלילית - אלמנט נפח דיפרנציאלי - מתקבל מהכפלת שטח המעטפת שלה בעובי הדופן שלה:

$$dV_{(x)} = 2\pi x \cdot e^{-x^2} \cdot dx = -\pi \cdot e^{-x^2} \cdot (-2x \cdot dx) \rightarrow \begin{cases} u = -x^2 \\ du = -2x dx \end{cases} \Rightarrow$$

$$dV_{(u)} = -\pi \cdot e^u \cdot du$$

אינטגרציה של אינסוף קליפות כאלה בתחום $(u = 0) x = 0$ עד $(u = -\infty) x = \infty$ תניב את הנפח המבוקש.

מתקבל אינטגרל מסוג I (גבול אינטגרציה אינסופי שמאלה):

$$V = -\pi \int_0^{-\infty} e^u \cdot du = \pi \int_{-\infty}^0 e^u \cdot du = \pi \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^0 e^u \cdot du = \pi \lim_{a \rightarrow -\infty} e^u \Big|_a^0 =$$

$$= \pi \lim_{a \rightarrow -\infty} (e^0 - e^a) = \pi(1 - 0) = \pi \text{ (Cubic Units)}$$