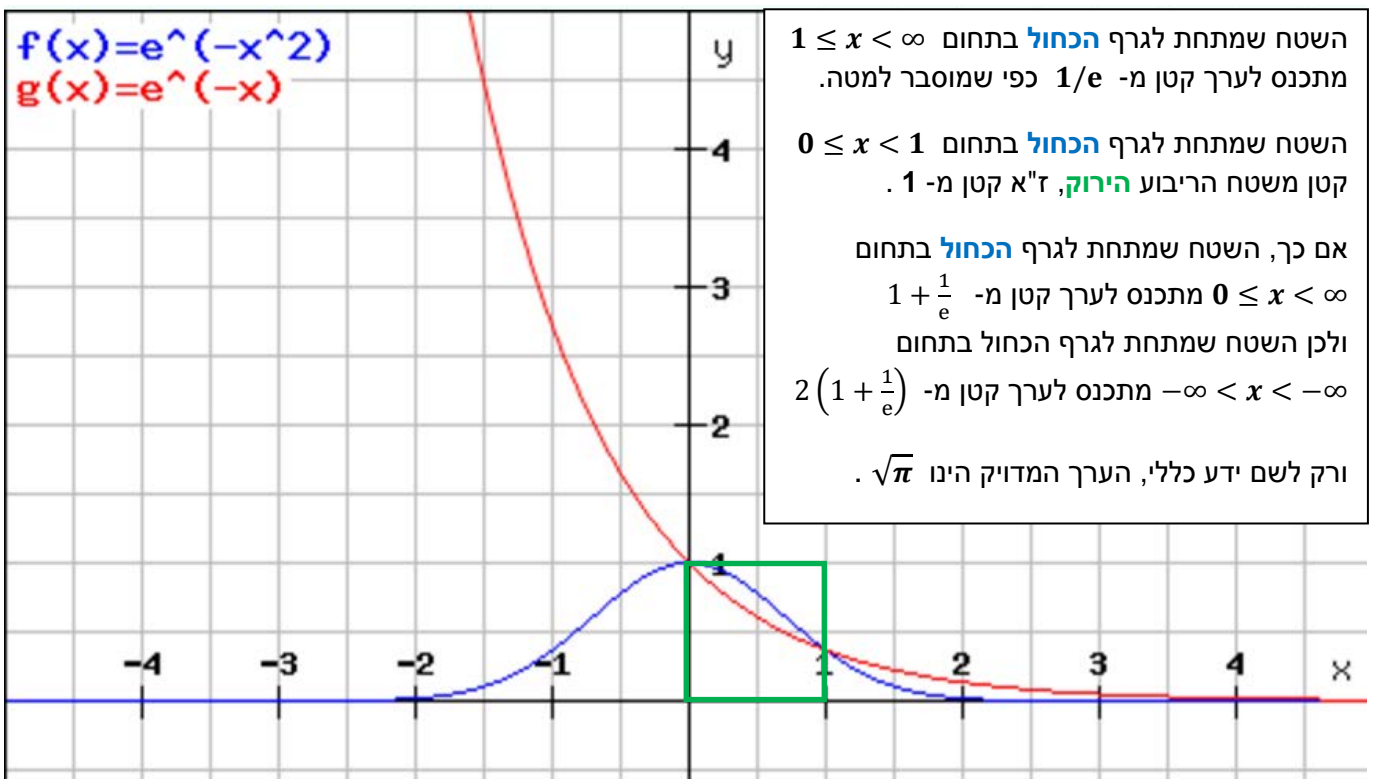


האם האינטגרל $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$ מתכנס?

יש לבחור תשובה אחת:

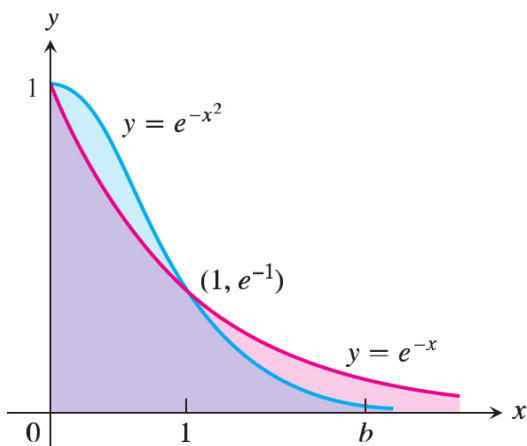
- a. מתכנס לערך נמוך מ- $1 + \frac{1}{e}$
- b. מתכנס לערך נמוך מ- $2\left(1 + \frac{1}{e}\right)$
- c. מתכנס לערך נמוך מ- $2\left(1 - \frac{1}{e}\right)$
- d. מתבדר



השטח שמתחת לגרף הכחול בתחום $1 \leq x < \infty$ מתכנס לערך קטן מ- $1/e$ כפי שמוסבר למטה.

השטח שמתחת לגרף הכחול בתחום $0 \leq x < 1$ קטן משטח הריבוע הירוק, ז"א קטן מ- 1.

אם כך, השטח שמתחת לגרף הכחול בתחום $0 \leq x < \infty$ מתכנס לערך קטן מ- $1 + \frac{1}{e}$ ולכן השטח שמתחת לגרף הכחול בתחום $-\infty < x < \infty$ מתכנס לערך קטן מ- $2\left(1 + \frac{1}{e}\right)$ ורק לשם ידע כללי, הערך המדויק הינו $\sqrt{\pi}$.



האם האינטגרל $\int_1^\infty e^{-x^2} dx$ מתכנס? נשתמש במבחן ההשוואה הישירה: איננו יודעים לפתור אינטגרל זה, אבל אם $\int_1^\infty e^{-x} dx$ מתכנס אז התשובה לשאלה היא כן, מפני שבתחום הרלוונטי $e^{-x^2} \leq e^{-x}$ ("ז"א e^{-x} מהווה "גג").

$$\int_1^\infty e^{-x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b e^{-x} dx = -\lim_{b \rightarrow \infty} [e^{-x}]_1^b = -\lim_{b \rightarrow \infty} [e^{-b} - e^{-1}] = \frac{1}{e}$$

$\int_1^\infty e^{-x^2} dx$ אכן מתכנס, ולפיכך $\int_1^\infty e^{-x^2} dx$ מתכנס אף הוא לערך חיובי כלשהו, לבטח קטן מ- $\frac{1}{e}$.