

האם האינטגרל מתכנס?

$$\int_{\pi}^{\infty} \frac{1 + \sin x}{x^2} dx$$

יש לבחור תשובה אחת:

- a. מתבדר
- b. מתכנס לערך נמוך מ $\frac{1}{\pi}$
- c. מתכנס לערך נמוך מ $\frac{2}{\pi}$
- d. לא ניתן לדעת

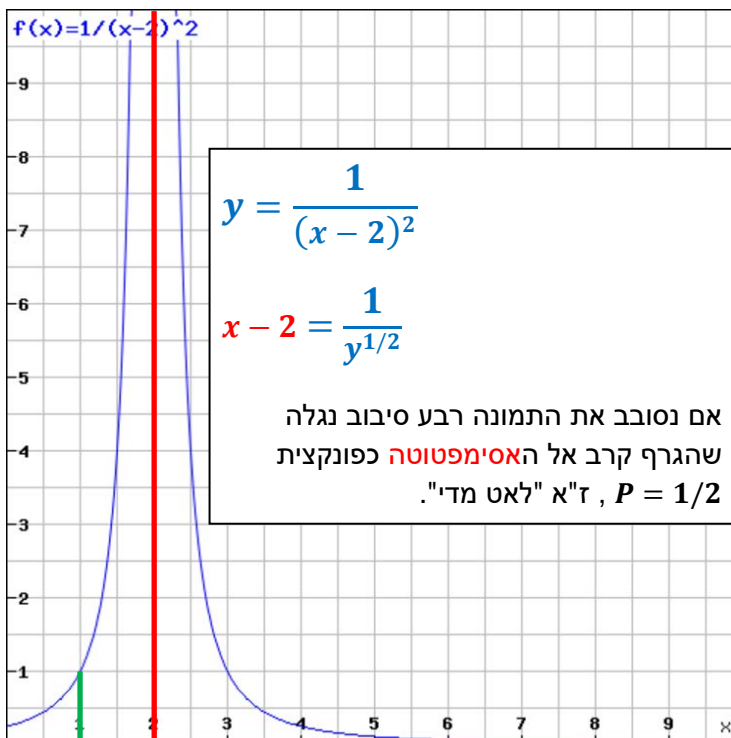
המונה של $f(x)$ שווה 2 לכל היותר, אז ניקח את הפונקציה $\frac{2}{x^2}$ (P=2) כ"גג" ונחשב שטח מוגזם:

$$\int_{\pi}^{\infty} \frac{2}{x^2} dx = 2 \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{\pi}^b \frac{1}{x^2} dx = -2 \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{\pi}^b \frac{-1}{x^2} dx = -2 \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \Big|_{\pi}^b = -2 \lim_{b \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\pi} \right) =$$

$$= -2 \left(0 - \frac{1}{\pi} \right) = \frac{2}{\pi}$$

תשובה C היא הנכונה.

נחשב קעת אינטגרל לא אמיתי אחר (סוג II - אסימפטוטה אנכית מצד ימין):



$$\int_1^2 \frac{dx}{(x-2)^2} = \lim_{b \rightarrow 2^-} \int_1^b \frac{1}{(x-2)^2} dx =$$

$$= - \lim_{b \rightarrow 2^-} \int_1^b \frac{-1}{(x-2)^2} dx =$$

$$= - \lim_{b \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2} \Big|_1^b =$$

$$= - \lim_{b \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{b-2} - \frac{1}{1-2} \right) =$$

$$= - \lim_{b \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{b-2} + 1 \right) = - \left(\frac{1}{0^-} + 1 \right) = \infty$$

מצדה השמאלי, הגרף מתקרב אל האסימפטוטה "לאט מדי" ולכן האינטגרל שחושב כאן מתבדר.