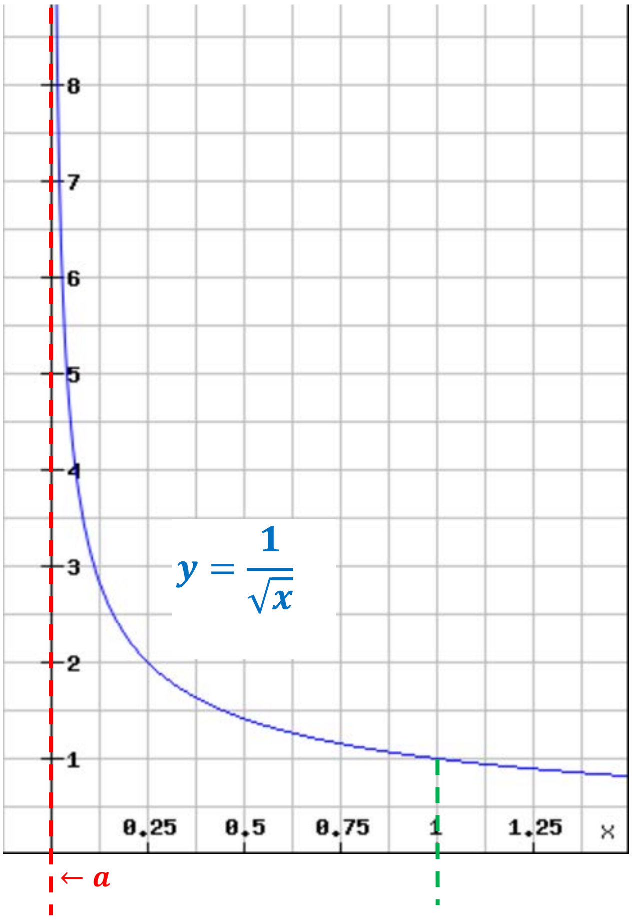


מצא את השטח שמתחת לעקומה $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

בין $x = 0$ ו- $x = 1$.

פיתרון : סוג II (אסימפטוטה אנכית משמאל) .

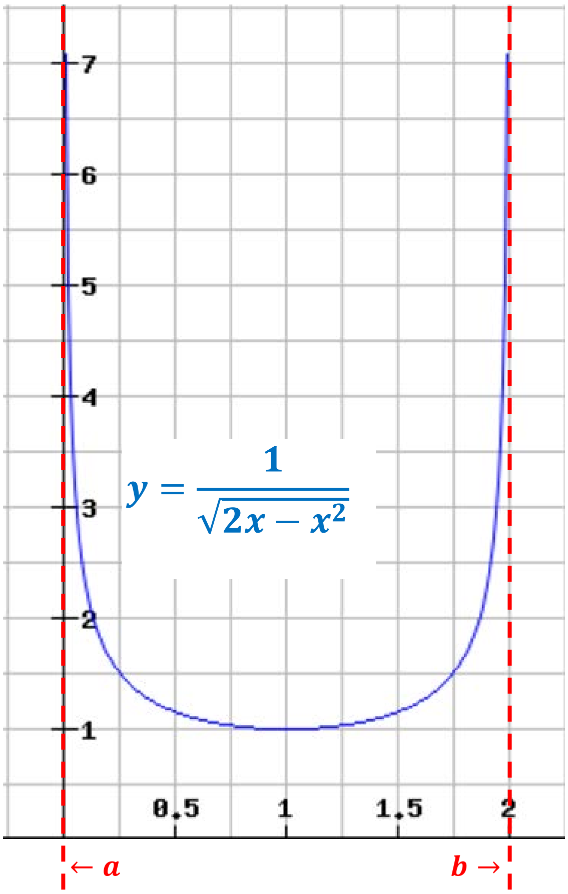
$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \lim_{a\to 0^+} \int_a^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 \lim_{a\to 0^+} \int_a^1 \frac{dx}{2\sqrt{x}} =$$

$$= 2 \lim_{a\to 0^+} \sqrt{x}\Big|_a^1 = 2 \lim_{a\to 0^+} [1 - \sqrt{a}] = 2$$

מסתבר שהגרף $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ מתקרב לציר ה- y מספיק מהר

כדי שהשטח תחתיו יתכנס לערך סופי (2).

האינטגרל $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ מתכנס אם כך.



חשב את האינטגרל $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$

פיתרון : סוג II (אסימפטוטות אנכיות משמאל ומימין)

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}} = \lim_{\substack{a\to 0^+ \\ b\to 2^-}} \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{1 - (x-1)^2}} =$$

$$= \lim_{\substack{a\to 0^+ \\ b\to 2^-}} arcsin\,(x-1)\Big|_a^b =$$

$$= \lim_{\substack{a\to 0^+ \\ b\to 2^-}} [arcsin\,(b-1) - arcsin\,(a-1)] =$$

$$= \lim_{\substack{a\to 0^+ \\ b\to 2^-}} [arcsin\,(1) - arcsin\,(-1)] = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

מסתבר שהגרף $y = \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}$ מתקרב לאסימפטוטות מספיק מהר

כדי שהשטח תחתיו יתכנס לערך סופי (π).

האינטגרל $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$ מתכנס אם כך.