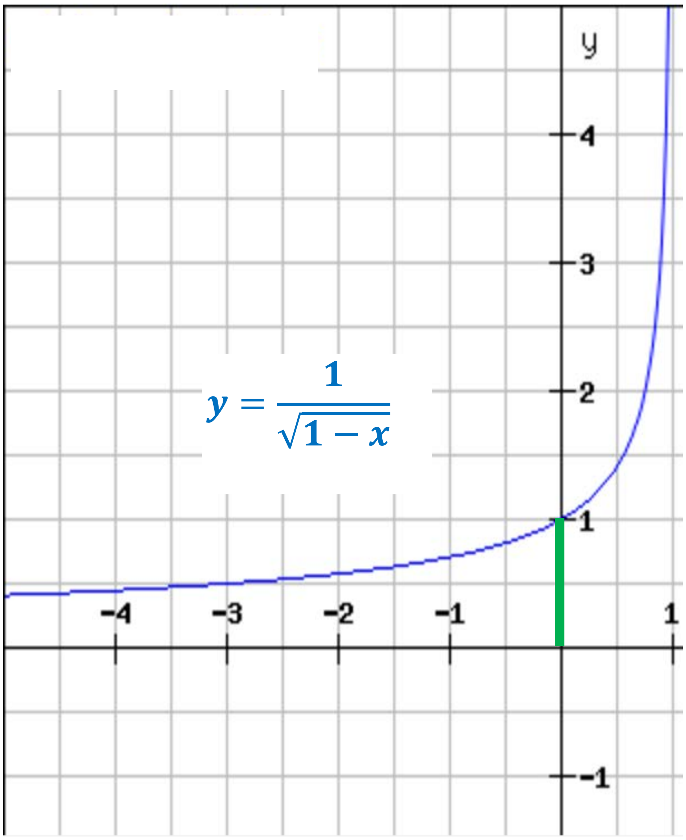



חשב את האינטגרל $\int_{-\infty}^{0}\frac{dx}{\sqrt{1-x}}$

פיתרון : סוג I (גבול אינטגרציה אינסופי שמאלה) .

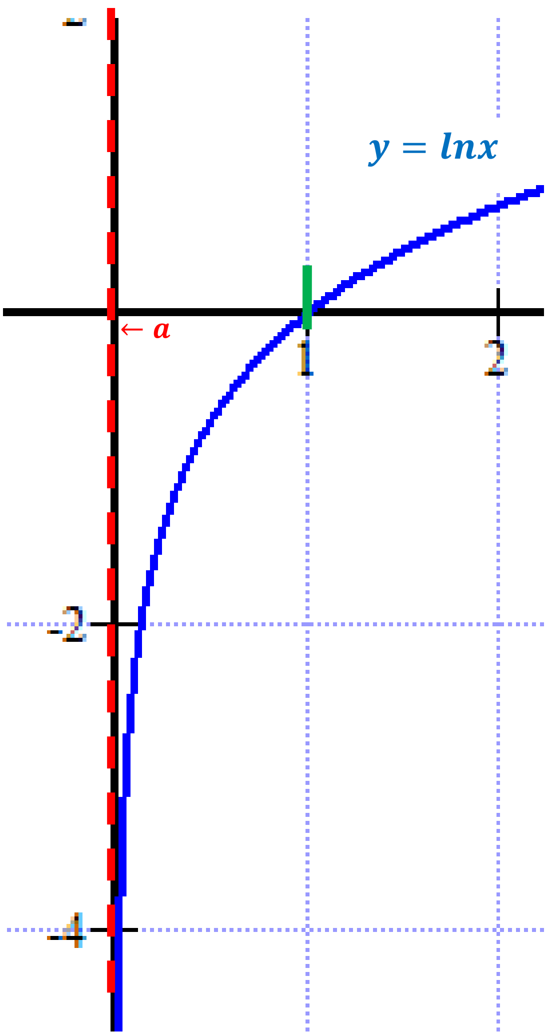
$$\int_{-\infty}^{0}\frac{dx}{\sqrt{1-x}} = \lim_{a\to-\infty}\int_{a}^{0}\frac{dx}{\sqrt{1-x}} \quad => \quad \begin{cases} u=1-x \\ du=-dx \end{cases}$$

$$= -\lim_{a\to-\infty}\int_{a}^{0}\frac{du}{\sqrt{u}} = -2\lim_{a\to-\infty}\int_{a}^{0}\frac{du}{2\sqrt{u}} =$$

$$= -2\lim_{a\to-\infty}\sqrt{u}\Big|_{a}^{0} = -2\lim_{a\to-\infty}\sqrt{1-x}\Big|_{a}^{0} =$$

$$= -2\lim_{a\to-\infty}\left(1-\sqrt{1-a}\right) = -2(1-\infty) = \infty$$

הגרף מתקרב לציר ה- X לאט מדי - האינטגרל מתבדר.




חשב את האינטגרל $\int_{0}^{1} lnxdx$

פיתרון : סוג II (אסימפטוטה אנכית משמאל)

$$\int_{0}^{1} lnxdx = \lim_{a\to0^+}\int_{a}^{1} lnxdx = \lim_{a\to0^+}[xlnx-x\Big|_{a}^{1} =$$

$$= \lim_{a\to0^+}[0-1-(alna-a)] = \lim_{a\to0^+}[-1-(-a-a)] =$$

$$= \lim_{a\to0^+}[-1+2a] = -1$$

מסתבר שהגרף $y=lnx$ מתקרב לאסימפטוטה $x=0$ מספיק

מהר כדי שהשטח שמעליו יתכנס לערך סופי.

להלן הוכחה לכך ש- $\lim_{a\to0^+}(alna) = \lim_{a\to0^+}(-a)$

$$\lim_{a\to0^+}(alna) = \lim_{a\to0^+}\frac{lna}{1/a} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \quad => \quad Lopital =$$

$$= \lim_{a\to0^+}\frac{1/a}{-1/a^2} = \lim_{a\to0^+}(-a)$$