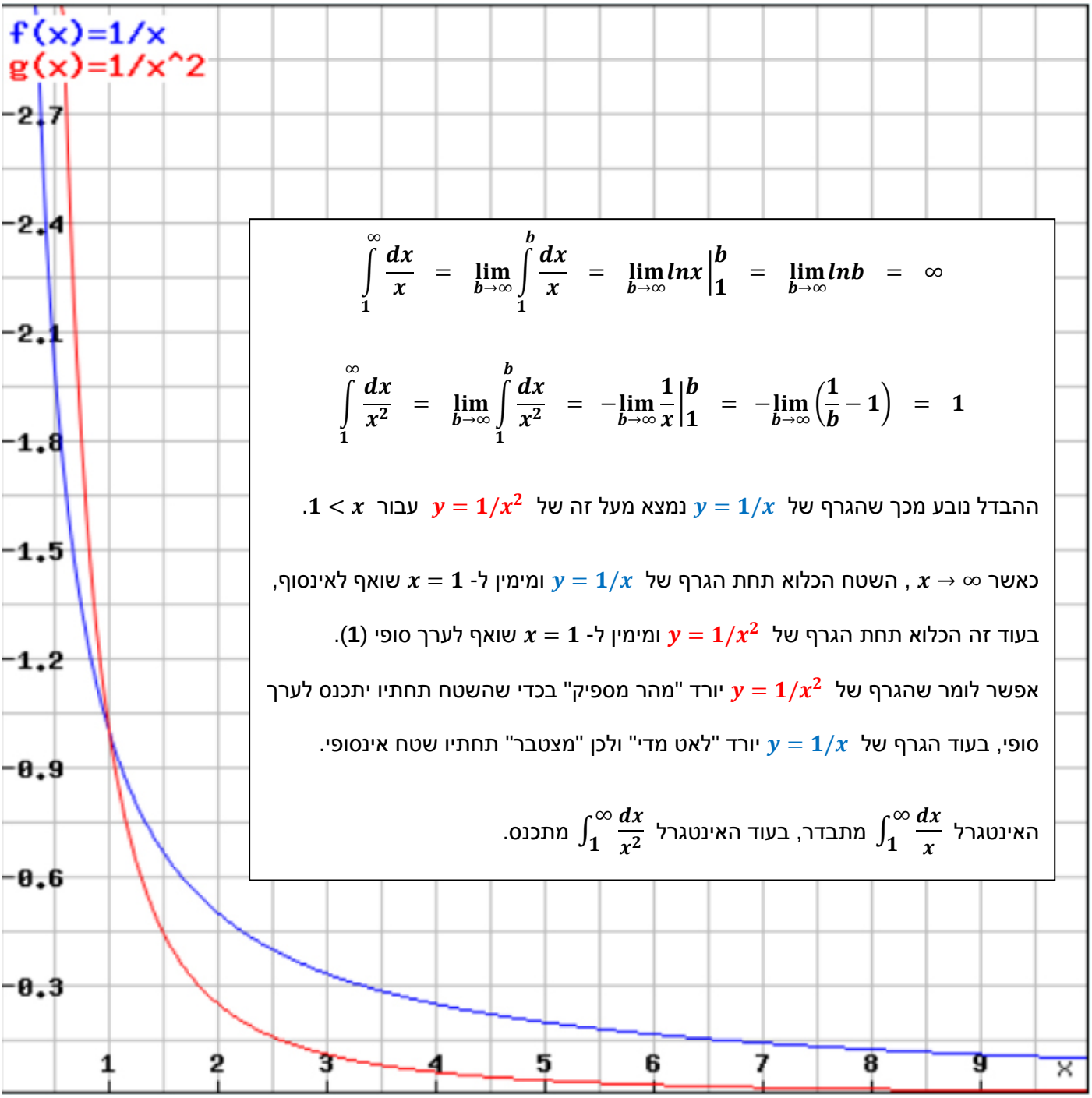
מצא את השטח הכלוא תחת העקום $y = 1/x$ ומימין ל- $x = 1$. כנ"ל לגבי $y = 1/x^2$. מניין ההבדל ?



$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x} = \lim_{b\to\infty} \int_1^{b} \frac{dx}{x} = \lim_{b\to\infty} lnx \Big|_1^b = \lim_{b\to\infty} lnb = \infty$$

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2} = \lim_{b\to\infty} \int_1^{b} \frac{dx}{x^2} = -\lim_{b\to\infty} \frac{1}{x}\Big|_1^b = -\lim_{b\to\infty}\left(\frac{1}{b} - 1\right) = 1$$

ההבדל נובע מכך שהגרף של $y = 1/x$ נמצא מעל זה של $y = 1/x^2$ עבור $1 < x$.

כאשר $x \to \infty$, השטח הכלוא תחת הגרף של $y = 1/x$ ומימין ל- $x = 1$ שואף לאינסוף,

בעוד זה הכלוא תחת הגרף של $y = 1/x^2$ ומימין ל- $x = 1$ שואף לערך סופי (1).

אפשר לומר שהגרף של $y = 1/x^2$ יורד "מהר מספיק" בכדי שהשטח תחתיו יתכנס לערך

סופי, בעוד הגרף של $y = 1/x$ יורד "לאט מדי" ולכן "מצטבר" תחתיו שטח אינסופי.

האינטגרל $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$ מתבדר, בעוד האינטגרל $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$ מתכנס.