



מהו השטח הכלוא בין הגרפים של

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4 \quad \text{ו-} \quad f(x) = |x^2 - 4|$$

דרך הפיתרון:

נחשב את השטח הכלוא בין הפונקציות

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4 \quad \text{ו-} \quad f(x) = x^2 - 4$$

$$\int_{-4}^4 \left[\frac{1}{2}x^2 + 4 - (x^2 - 4) \right] dx = \int_{-4}^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx$$

משטח זה נפחית את שטח האליפסה, שהינו פעמיים השטח

שבין גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 4$ לבין ציר x .

חישוב השטח הכלוא בין הפונקציות $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$ ו- $f(x) = x^2 - 4$:

$$\int_{-4}^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = 2 \int_0^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = - \int_0^4 (x^2 - 16) dx = - \left[\frac{x^3}{3} - 16x \right] \Big|_0^4 = - \left[\frac{64}{3} - 64 \right] = 42\frac{2}{3}$$

חישוב השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 4$ לבין ציר x :

$$- \int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx = -2 \int_0^2 (x^2 - 4) dx = -2 \left[\frac{x^3}{3} - 4x \right] \Big|_0^2 = -2 \left[\frac{8}{3} - 8 \right] = 10\frac{2}{3}$$

שטח האליפסה הינו פעמיים שטח זה: $2 \cdot 10\frac{2}{3} = 21\frac{1}{3}$

השטח המבוקש הינו $42\frac{2}{3} - 21\frac{1}{3} = 21\frac{1}{3}$ *square units*