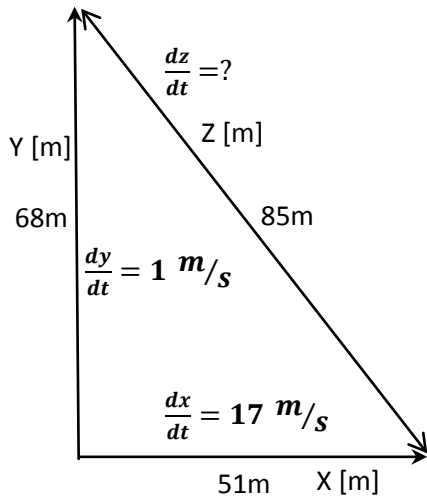


כדור פורח מתרומם אנכית במהירות קבועה של 1 מטר לשנייה.
כאשר הכדור מגיע לגובה של 65 מטר, עובר רוכב אופניים מתחת לכדור במהירות קבועה של 17 מטר לשנייה.
באיזה קצב גדל המרחק שבין הכדור הפורח לרוכב האופניים 3 שניות מאוחר יותר?

פיתרון: בתוך 3 שניות עובר רוכב האופניים מרחק של 51 מטר, ובמשך אותן 3 שניות גדל גובהו של הכדור ב-3 מטרים.
אנו נשאלים בעצם מהו $\frac{dz}{dt}$ במצב המתואר בציר:



נזכור כי X, Y, Z תלויים בזמן. נשתמש במשפט פיתגורס ונגזור לפי זמן תוך שימוש בכלל השרשרת:

$$z^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 2z \cdot \frac{dz}{dt} = 2x \cdot \frac{dx}{dt} + 2y \cdot \frac{dy}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z \cdot \frac{dz}{dt} = x \cdot \frac{dx}{dt} + y \cdot \frac{dy}{dt} \Rightarrow 85 \cdot \frac{dz}{dt} = 51 \cdot 17 + 68 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dt} = 11 \text{ [m/s]}$$

הפרבולה $y(x) = ax^2 + bx + c$ עוברת דרך הנקודה $(1, 2)$ והקו הישר $y = x$ משיק לה בראשית.
מצא את a, b ו- c .

פיתרון:

הנקודה $(1, 2)$ מקיימת את המשוואה, לכן נציבה בפונקציה: $2 = a + b + c \Rightarrow 2 = a + b + c$

גם הנקודה $(0, 0)$ מקיימת את המשוואה (נאמר שישנה השקה לפרבולה בראשית), ז"א $c = 0$.

$$c = 0 \Rightarrow 2 = a + b \Rightarrow b = 2 - a$$

בשלב זה אנו יכולים כבר לרשום את הפרבולה באופן הבא: $y(x) = ax^2 + (2 - a)x$ **cool!**

אנו יודעים גם ששיפוע הפרבולה בנקודה $(0, 0)$ הוא 1, ז"א $y'(0) = 1$, כי זהו שיפוע המשיק לפרבולה בנקודה זו.

$$y'(x) = 2ax + 2 - a \Rightarrow y'(0) = 2 - a = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 1$$

אם כך, הפרבולה אשר עוברת דרך הנקודה $(1, 2)$ והקו הישר $y = x$ משיק לה בראשית היא $y(x) = x^2 + x$.

