אורך מחוגו של ה"שעון" הטריגונומטרי הוא 1. זווית 0 מתאימה לשעה 3.

כשהמחוג מסתובב נגד כיוון השעון ↺, הוא מתווה זווית חיובית.

זווית 90° מתאימה לשעה 12, זווית 180° מתאימה לשעה 9, זווית 270° מתאימה לשעה 6, וכו'.

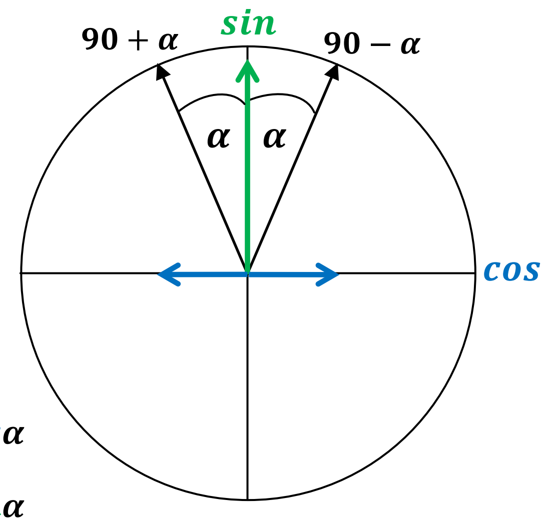
כשהמחוג מסתובב עם כיוון השעון ↻, הוא מתווה זווית שלילית.

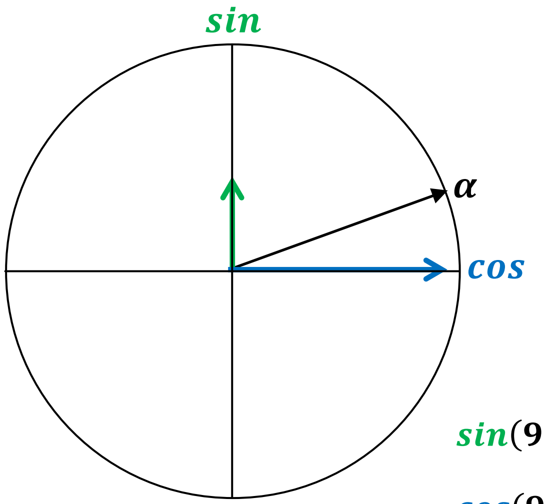
זווית -90° מתאימה לשעה 6, זווית -180° מתאימה לשעה 9, זווית -270° מתאימה לשעה 12, וכו'.

קוסינוס של זווית הוא היטל המחוג על הציר האופקי - ציר הקוסינוס, ימינה חיובי ושמאלה שלילי.

סינוס של זווית הוא היטל המחוג על הציר האנכי - ציר הסינוס, מעלה חיובי ומטה שלילי.

היטלי המחוג על הצירים (ז"א הסינוס והקוסינוס) אינם יכולים להיות גדולים מאורכו של המחוג, ז"א מ- 1.





$$\sin(90\pm\alpha)=\cos\alpha$$

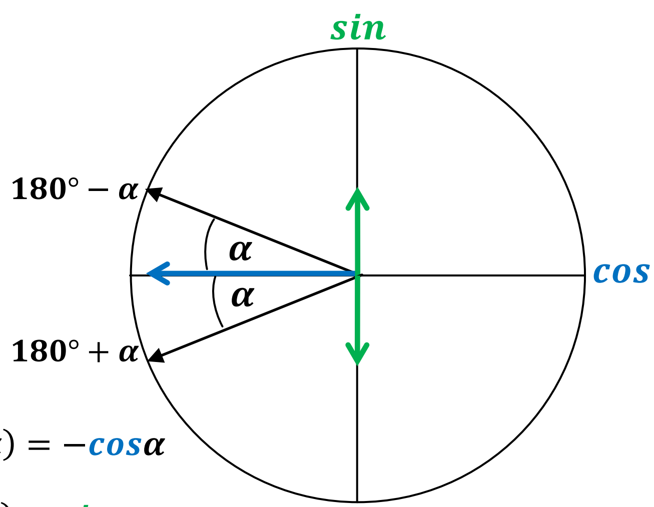
$$\cos(90-\alpha)=\sin\alpha$$

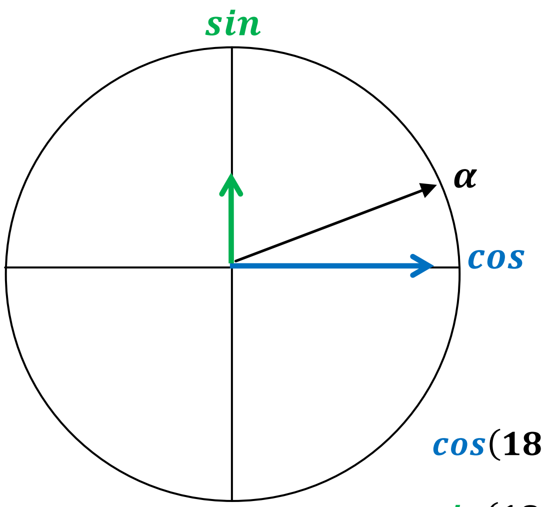
$$\cos(90+\alpha)=-\sin\alpha$$

לזוויות $\alpha \pm 90^\circ$ יש אותו הסינוס (**ירוק** באיור הימני), אשר שווה בגודלו ובסימנו לקוסינוס הזווית α (**כחול** באיור השמאלי).

לזוויות $\alpha \pm 90^\circ$ ישנם קוסינוסים שווים בגודלם והפוכים בסימנם (**כחולים** באיור הימני).

הסינוס של הזווית α (**ירוק** באיור השמאלי) שווה להם בגודלו, ולזה של $90^\circ-\alpha$ (אשר מכוון ימינה) אף בסימנו.





$$\cos(180^\circ\pm\alpha)=-\cos\alpha$$

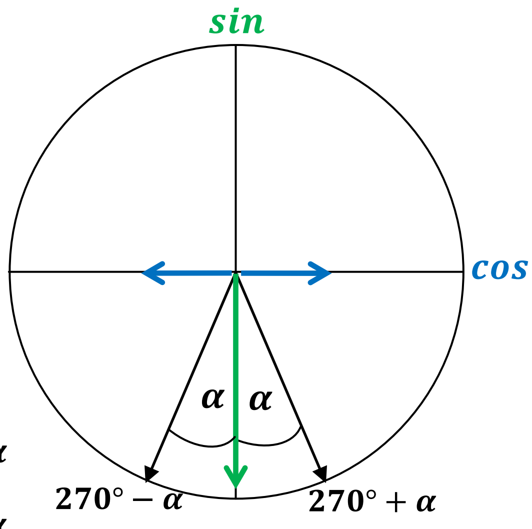
$$\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$$

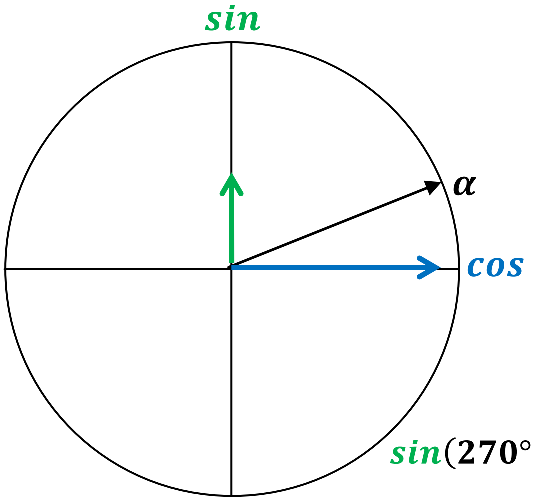
$$\sin(180^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$$

לזוויות $\alpha \pm 180^\circ$ יש אותו הקוסינוס (**כחול** באיור הימני), אשר שווה בגודלו לקוסינוס של הזווית α אך הפוך לו בסימנו.

לזוויות $\alpha \pm 180^\circ$ ישנם סינוסים שווים בגודלם והפוכים בסימנם (**ירוקים** באיור הימני).

הסינוס של הזווית α (**ירוק** באיור השמאלי) שווה להם בגודלו, ולזה של $180^\circ-\alpha$ (אשר מכוון מעלה) אף בסימנו.



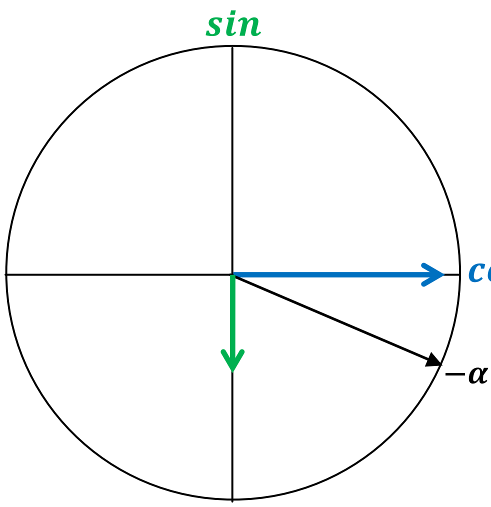


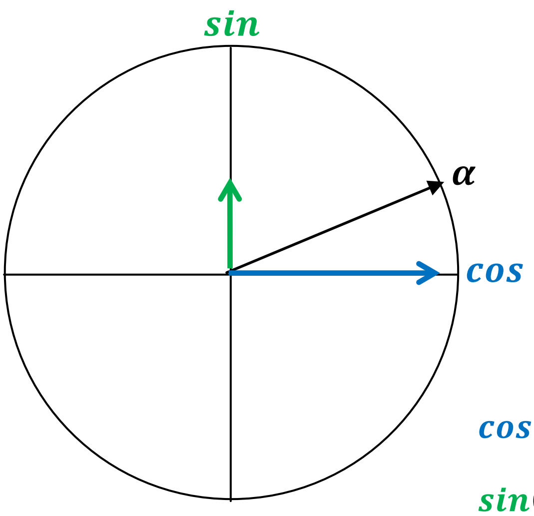
$$sin(270° \pm \alpha) = -cos\alpha$$

$$cos(270° - \alpha) = -sin\alpha$$

$$cos(270° + \alpha) = sin\alpha$$

לזווית $\alpha \pm 270°$ יש אותו הסינוס (**ירוק** באיור הימני), אשר שווה בגודלו לקוסינוס של הזווית α אך הפוך לו בסימנו.
לזווית $\alpha \pm 270°$ ישנם קוסינוסים שווים בגודלם והפוכים בסימנם (**כחולים** באיור הימני).
הסינוס של הזווית α (**ירוק** באיור השמאלי) שווה להם בגודלו, ולזה של $270° + \alpha$ (אשר מכוון ימינה) אף בסימנו.





$$cos(-\alpha) = cos\alpha$$

$$sin(-\alpha) = -sin\alpha$$

הקוסינוס של הזווית $(-\alpha)$ (**כחול** באיור הימני) זהה לזה של הזווית α (**כחול** באיור השמאלי).
הסינוס של הזווית $(-\alpha)$ (**ירוק** באיור הימני) שווה בגודלו לזה של הזווית α (**ירוק** באיור השמאלי) אך הפוך לו בסימן.

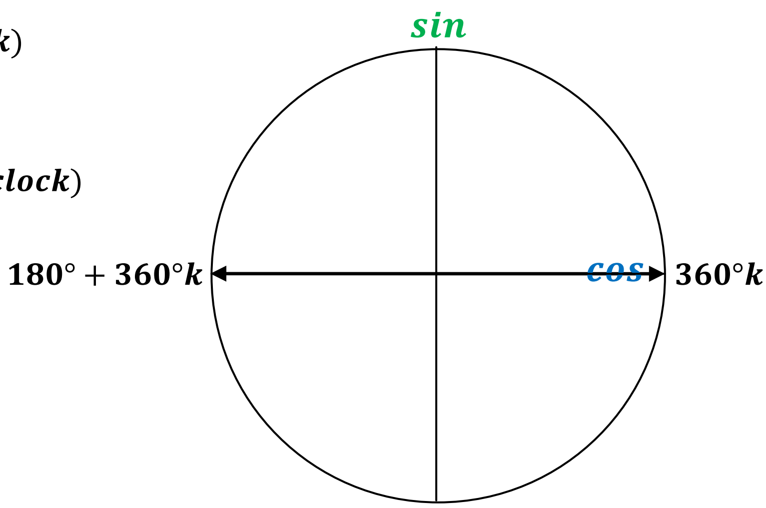
בעמודים הבאים נדון בסינוסים ובקוסינוסים של "זוויות סלב" (אלה שהן כפולות של $30°$ *או* $45°$)
אשר מצופה מהסטודנט להכיר בעל פה.

כשהמחוג מורה על השעות 3 או 9, אין היטל על הציר האנכי כך שהסינוס שווה ל- 0 .
על הציר האופקי מוטל אז מלוא אורך המחוג, כך שהקוסינוס הינו $+1$ (בשעה 3) , או -1 (בשעה 9).

$$\sin 180°k = 0 \quad (3\ and\ 9\ o'clock)$$

$$\cos(360°k) = 1 \quad (3\ o'clock)$$

$$\cos(180° + 360°k) = -1 \quad (9\ o'clock)$$

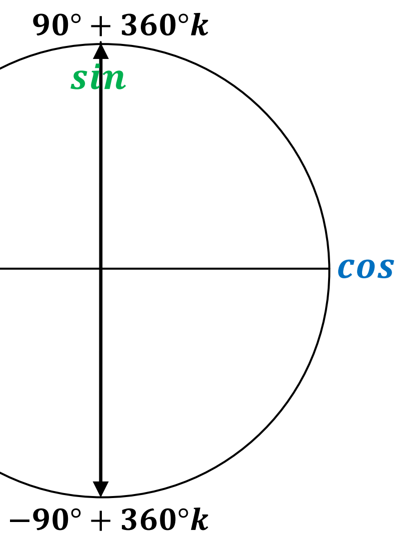


כשהמחוג מורה על השעות 12 או 6, אין היטל על הציר האופקי כך שהקוסינוס שווה ל- 0 .
על הציר האנכי מוטל אז מלוא אורך המחוג, כך שהסינוס הינו $+1$ (בשעה 12) , או -1 (בשעה 6).

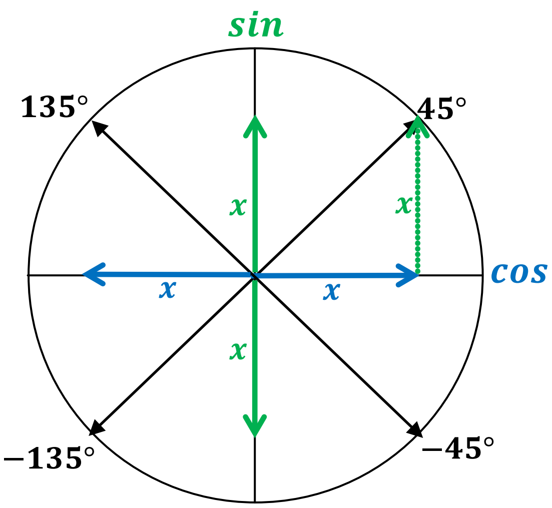
$$\cos(90° + 180°k) = 0 \quad (12\ and\ 6\ o'clock)$$

$$\sin(90° + 360°k) = 1 \quad (12\ o'clock)$$

$$\sin(-90° + 360°k) = -1 \quad (6\ o'clock)$$



כשהמחוג נמצא באמצע רביע, שווים בגודלם הסינוס והקוסינוס כך שאפשר לכנות את שניהם x ולחשב פיתגוראית:



$$x^2 + x^2 = 1^2$$

$$2x^2 = 1$$

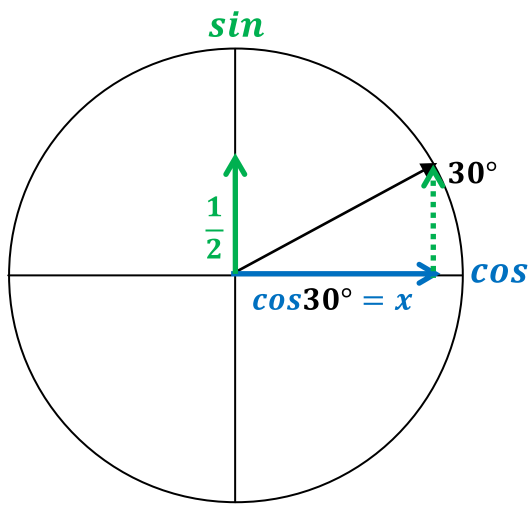
$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow tg 45° = \frac{\sin 45°}{\cos 45°} = 1$$

זהו גודלם של הסינוס והקוסינוס כשהמחוג באמצעו של רביע.
הסימן ייקבע בהתאם לרביע המסוים שבו נמצא המחוג.

מספיק לדעת שהסינוס של 30° שווה לחצי, כדי לפתגרס בקלות את הסינוס והקוסינוס של כל זוויות ה"סלב" שעוד נותרו:



$$x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$$

$$x^2 + \frac{1}{4} = 1^2$$

$$x^2 = \frac{3}{4}$$

$$x = cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tan\,30° = \frac{sin30°}{cos30°} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

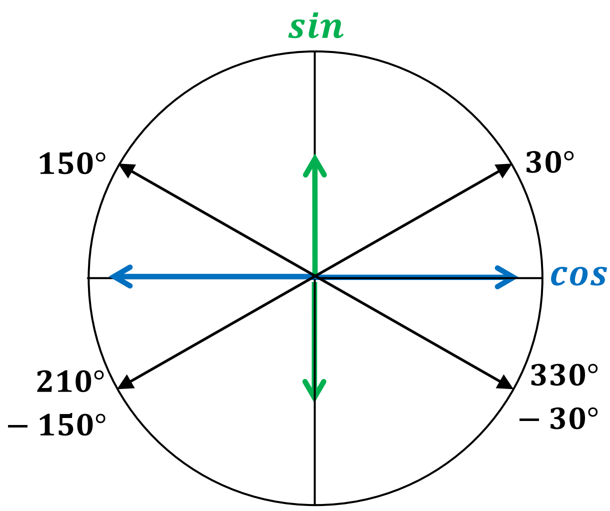
אם כך, בכל זוויות ה"סלב" שנותרו (30°, 60°, 120°, 150°, 210°, 240°, 300°, 330°) נקבל $\pm\frac{1}{2}$ ו- $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$:

$$cos(\pm 30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$cos(\pm 150°) = -cos(\pm 30°) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$sin150° = sin30° = \frac{1}{2}$$

$$sin(-150°) = sin(-30°) = -sin30° = -\frac{1}{2}$$

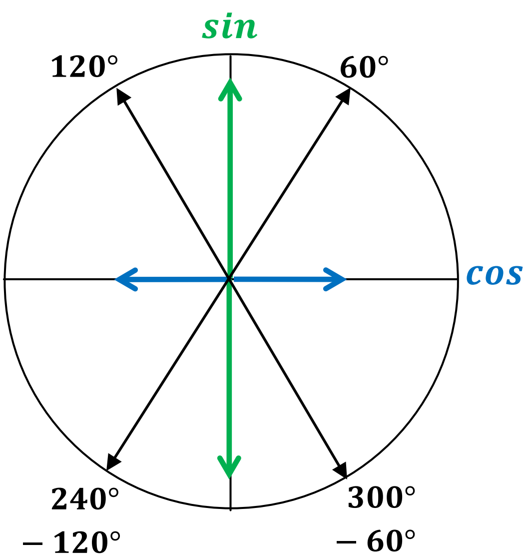


$$cos(\pm 60°) = sin30° = \frac{1}{2}$$

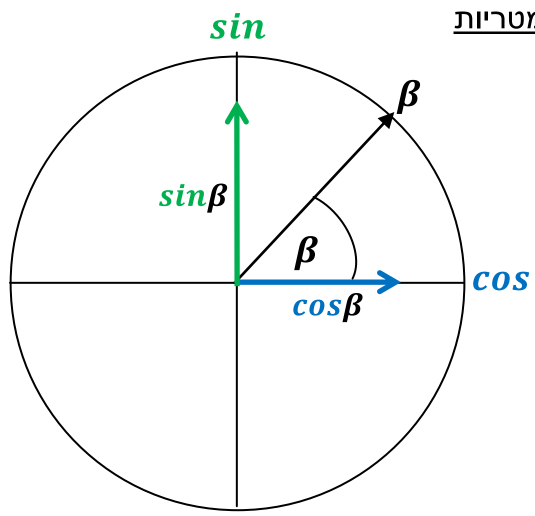
$$cos(\pm 120°) = -sin30° = -\frac{1}{2}$$

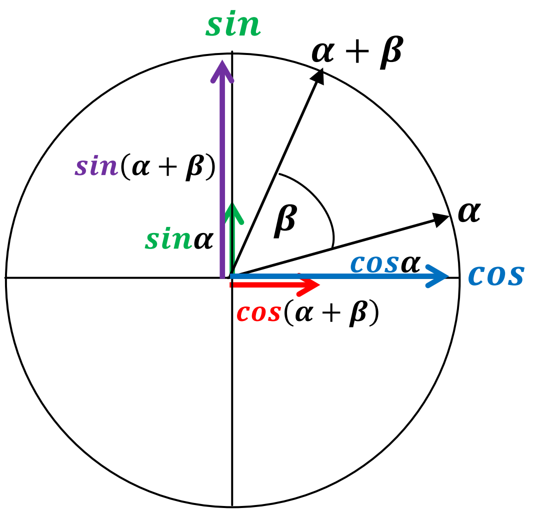
$$sin120° = sin60° = cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$sin(-120°) = sin(-60°) = -cos30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



זהויות טריגונומטריות





$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$

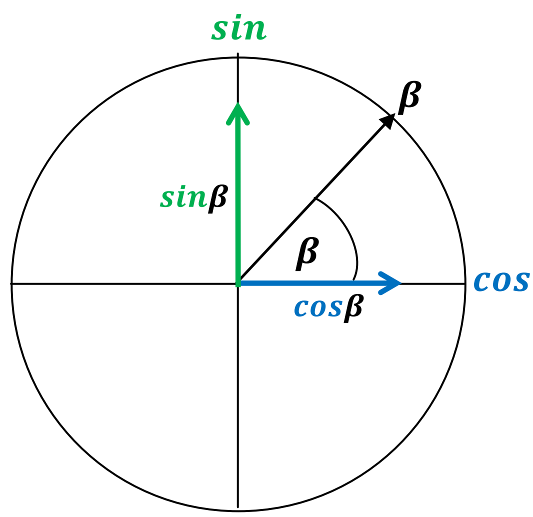
המקרה הפרטי כאשר $\alpha = \beta$:

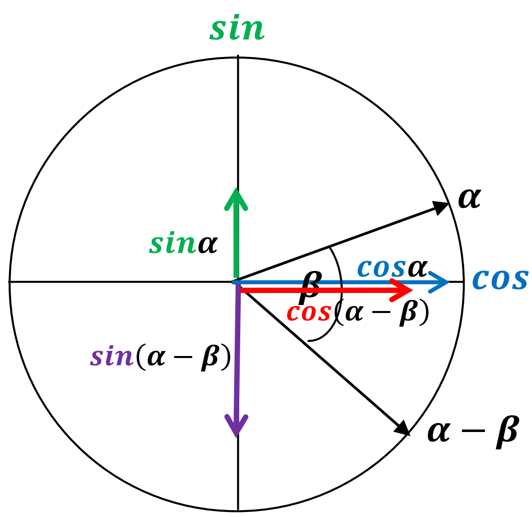
$$\sin(\alpha+\alpha) = \sin(2\alpha) = \sin\alpha\cdot\cos\alpha + \cos\alpha\cdot\sin\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

המקרה הפרטי כאשר $\alpha = \beta$:

$$\cos(\alpha+\alpha) = \cos(2\alpha) = \cos\alpha\cdot\cos\alpha - \sin\alpha\cdot\sin\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \\ 1 - 2\sin^2\alpha \end{cases}$$





$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta - \cos\alpha\cdot\sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta$$