

צורתו של חלון היא מלבן וחצי עיגול מעליו, כמתואר בציור. היקפו של החלון קבוע. (א) מה צריך להיות היחס בין רוחבו של המלבן לגובהו, כדי שדרך החלון תעבור כמות מרבית של אור?

פיתרון:

$$y(x) = \frac{P - (\pi + 2)x}{2} \Leftrightarrow P = 2x + 2y + \pi x \quad \text{היקפו הקבוע של החלון הינו}$$

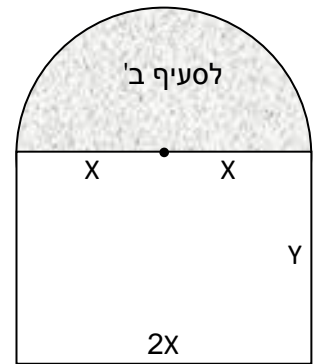
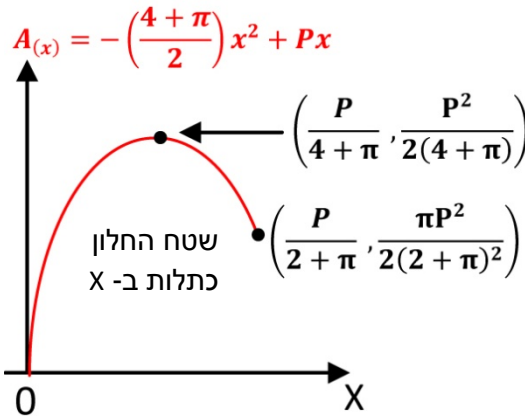
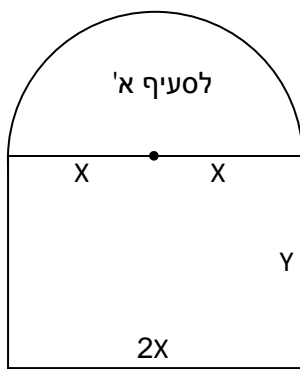
$$A(x) = A(x)_{\text{rectangle}} + A(x)_{\text{half circle}} = 2x \cdot \frac{P - (\pi + 2)x}{2} + \frac{\pi x^2}{2} = -\left(\frac{\pi + 4}{2}\right)x^2 + Px \rightarrow \max \quad \text{שטח החלון הינו}$$

$$x_k = \frac{-b}{2a} = \frac{-P}{-(\pi + 4)} = \frac{P}{\pi + 4} \quad \text{התקבלה פרבולה "בוכה" כך שאכן מדובר במקסימום. על פי הנוסחה לקודקוד פרבולה נקבל}$$

$$y(x_k) = \frac{P - (\pi + 2)x_k}{2} = \frac{P - (\pi + 2)\frac{P}{\pi + 4}}{2} = \frac{P}{\pi + 4}$$

$$\cdot y(x_k) = \frac{P}{\pi + 4} \quad \text{כדי שדרך החלון תעבור כמות מרבית של אור, על רוחב המלבן להיות } 2x_k = \frac{2P}{\pi + 4} \text{ ועל גובהו להיות}$$

$$\cdot \frac{2x_k}{y(x_k)} = \frac{2P}{\pi + 4} \cdot \frac{\pi + 4}{P} = 2 \quad \text{היחס בין רוחבו של המלבן לגובהו צריך להיות אם כך}$$



(ב) כעת החליפו את הזכוכית השקופה שבחצי העיגול לזכוכית כהה, אשר מפחיתה ב-50% את כמות האור העובר דרכה. מה צריך הפעם להיות היחס בין רוחבו של המלבן לגובהו, כדי שדרך החלון תעבור כמות מרבית של אור?

פיתרון:

$$A_{ef}(x) = 2x \frac{P - (2 + \pi)x}{2} + \frac{\pi x^2}{4} = -\frac{3\pi + 8}{4}x^2 + Px \rightarrow \max \quad \text{השטח האפקטיבי של החלון הינו}$$

$$x_k = \frac{-b}{2a} = \frac{-P}{-\frac{3\pi + 8}{2}} = \frac{2P}{3\pi + 8} \quad \text{שוב התקבלה פרבולה "בוכה" כך שאכן מדובר במקסימום. על פי הנוסחה לקודקוד פרבולה נקבל}$$

$$y(x_k) = \frac{P - (\pi + 2)x_k}{2} = \frac{P - (\pi + 2)\frac{2P}{3\pi + 8}}{2} = \frac{(\pi + 4)P}{2(3\pi + 8)}$$

$$\cdot y(x_k) = \frac{(\pi + 4)P}{2(3\pi + 8)} \quad \text{כדי שדרך החלון תעבור כמות מרבית של אור, על רוחב המלבן להיות } 2x_k = \frac{4P}{3\pi + 8} \text{ ועל גובהו להיות}$$

$$\cdot \frac{2x_k}{y(x_k)} = \frac{4P}{3\pi + 8} \cdot \frac{2(3\pi + 8)}{(\pi + 4)P} = \frac{8}{\pi + 4} \approx 1.12 \quad \text{היחס בין רוחבו של המלבן לגובהו צריך להיות הפעם}$$