



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & -1 \leq x < 0 \\ 2x, & 0 < x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ -2x + 4, & 1 < x < 2 \\ 0, & 2 < x < 3 \end{cases}$$

- א. האם $f_{(-1)}$ קיים?
 כן, $f_{(-1)} = 0$ (עיגול מלא בגובה 0) $y = 0$
- ב. האם $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ קיים?
 כן, כאשר מתקרבים ל- $x = -1$ מצד ימין קיים גבול. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 0$
- ג. האם $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f_{(-1)}$?
 כן, הגבול החד צדדי הימני ב- $x = -1$ שווה לערך הפונקציה ב- $x = -1$. שניהם שווים 0 (ראה סעיפים א' ו- ב').
- ד. האם f רציפה ב- $x = -1$?
 כן, כי הגבול החד צדדי הימני ב- $x = -1$, שהינו מכיוון תוך תחום ההגדרה, שווה לערך הפונקציה ב- $x = -1$.
 לפונקציה אין אומנם גבול ב- $x = -1$ (כי אינה מוגדרת משמאל), אך אין זה סותר את היותה רציפה ב- $x = -1$.
- ה. האם $f_{(1)}$ קיים?
 כן, עבור $x = 1$ ישנה נקודה מלאה (בגובה $y = 1$, ואם כך $f_{(1)} = 1$). הציור דפוק, אך שיעורי הנקודה מצוינים בו.
- ו. האם $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ קיים?
 כן, כי ב- $x = 1$ שני הגבולות החד צדדיים קיימים ושווים זה לזה. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$.
- ז. האם $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f_{(1)}$?
 לא, $f_{(1)} = 1$ ואילו $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (ראה סעיפים ה' ו- ו').
- ח. האם f רציפה ב- $x = 1$?
 לא, כי ב- $x = 1$ ערך הגבול שונה מערך הפונקציה (ראה סעיף ז'). $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \neq f_{(1)} = 1$
- ט. האם f מוגדרת ב- $x = 2$?
 לא, f לא הוגדרה עבור ערך זה של x .
- י. האם f רציפה ב- $x = 2$?
 לא, כי היא אינה מוגדרת בערך זה של x (ראה סעיף ט').
- יא. באילו ערכים של x רציפה f ?
 $x = 0, 1, 2$ למעט $-1 \leq x < 3$.
- יב. איזה ערך יש לקבוע ל- $f_{(2)}$ כדי שהפונקציה המורחבת תהיה רציפה ב- $x = 2$?
 יש "לסתום את החור", ז"א לקבוע $f_{(2)} = 0$.
- יג. לאיזה ערך יש לשנות את $f_{(1)}$ על מנת לסלק את אי הרציפות ?
 יש "לסתום את החור", ז"א לשנות את $f_{(1)} = 1$ ל- $f_{(1)} = 2$.