

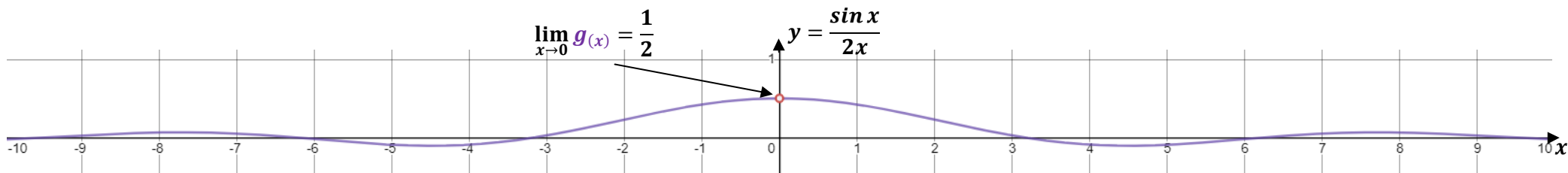
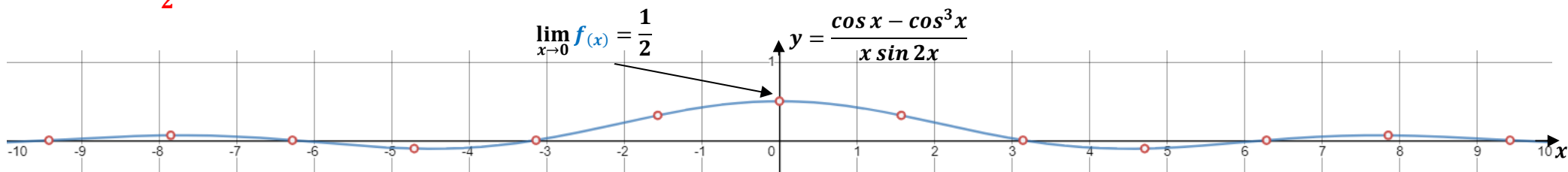
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \sin 2x} = ?$$

מתכנס ל-1

כאשר $x \rightarrow 0$

$$f(x) = \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \sin 2x} = \frac{\cos x (1 - \cos^2 x)}{x \sin 2x} = \frac{\cos x \sin^2 x}{x \cdot 2 \sin x \cos x} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin x}{x}$$

$x = \frac{\pi k}{2}$ אינה קיימת עבור f



סילוקו של $\sin 2x$ מהמכנה של $f(x)$ (באמצעות צמצום) סילק את אינסוף נקודות אי הרציפות הסליקות שלה, אך הותיר את נקודת אי הרציפות $(0, \frac{1}{2})$ שהינה בלתי סליקה.

אנו נשאלנו מהו גבול הפונקציה $f(x)$ כאשר $x \rightarrow 0$ ואז חישבנו אותו באמצעות $g(x)$ בזכות הידיעה כי $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

לו נשאלנו מהו הגבול של $f(x)$ בכל x אחר, כולל בנקודות אי הרציפות הסליקות שלה, היינו מחשבים אותו באמצעות הצבת ה- x המדובר ב- $g(x)$.

האם $f(x)$ רציפה? כן, כי היא רציפה בתחום הגדרתה (ז"א בכל x שבו היא קיימת).

האם היא רציפה לכל x ? לא, היא אינה קיימת בערכי x אשר מהווים כפולות שלמות של $\pi/2$ ולכן, מן הסתם, אינה רציפה בהם.

האם $g(x)$ רציפה? כן, כי היא רציפה בתחום הגדרתה (ז"א בכל x שבו היא קיימת).

האם היא רציפה לכל x ? לא, היא אינה קיימת כאשר $x = 0$ ולכן אינה רציפה בו.