

(א) מהו ערכו של  $a$  עבורו  $f(x)$  רציפה לכל  $x$ ?  
 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x < 3 \\ 2ax & , x \geq 3 \end{cases}$   
 (ב) האם הפונקציה גזירה לכל  $x$  עבור הערך של  $a$  שמצאת בסעיף א'?

פיתרון:

(א)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} [f(x)] = 3^2 - 1 = 8 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)] = 2a \cdot 3 = 6a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)] \Rightarrow 8 = 6a \Rightarrow a = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x < 3 \\ \frac{8}{3}x & , x \geq 3 \end{cases}$$

(ב)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} [f'(x)] = \lim_{x \rightarrow 3^-} [2x] = 6 \quad \neq \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} [f'(x)] = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left[ \frac{8}{3} \right] = \frac{8}{3}$$

לסיכום, הפונקציה רציפה לכל  $x$  כאשר  $a = \frac{4}{3}$  כי אז  $\lim_{x \rightarrow 3^-} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)] = f(3)$ .  
 עם זאת, הפונקציה אינה גזירה בנקודה  $(3, 8)$  כי  $\lim_{x \rightarrow 3^-} [f'(x)] \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} [f'(x)]$ .

